

백 인 대 장

THE BOSS

나형 | 15TH

수능 만점을 위해 반드시 넘어서야 하는 Weekly Mission!



집합 $S = \{x \mid 1 \leq x \leq 11, x \text{는 정수}\}$ 와 집합 S 의 부분집합 A 가 있다.
 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킬 때, 부분집합 A 의 개수를 구하시오.
 (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.) [4점]

$$(가) A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

$$(나) 2 \leq x_{i+1} - x_i \leq 4 \text{ (단, } i = 1, 2, 3)$$



좌표평면에서 곡선 $y = 2^{\frac{x}{n}}$ 과 $y = 2^{\frac{x}{n+1}}$ 및 $x = 80$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 경계 위의 점들 중 x, y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

또한 두 직선 $x = 1, y = 1$ 및 곡선 $y = \frac{81}{x}$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 경계 위의 점들 중 x, y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 B 라 할 때, $B - \sum_{n=1}^{80} (a_n - 2^n)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다,

$$(가) 0 \leq x < 1 \text{ 일 때, } f(x) = \sin(\pi x)$$

$$(나) x \geq 0 \text{ 인 모든 실수 } x \text{ 에 대하여 } f(x+1) = \frac{1}{2}f(x) \text{ 이다.}$$

어떤 자연수 $k (k \geq 6)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ -f(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 방정식 $\left| g(x) - \frac{1}{8} \right| = \frac{9}{n}$ 의 실근의 개수를 $h(n)$ 이라 할 때,
 $h(n) = 7$ 을 만족하는 n 의 값과 그 때의 k 의 최솟값의 합은? [4점]

① 19

② 34

③ 56

④ 71

⑤ 81



최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(f(x))}{\{f(x)\}^3} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+1)}{x} = 3$$

일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 세 극값 α, β, γ 를 갖고,
다음 조건을 모두 만족시킬 때, $\frac{\beta \times \gamma}{\alpha^2}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) α, β, γ 를 나열하여 공차가 0이 아닌 등차수열을 만들 수 있다.
 (나) 양의 실수 t 에 대해 정의된 함수 $g(t)$ 는 x 에 대한 방정식
 $|f(x) - t| = 2t$ 의 실근의 개수다.
 (다) 함수 $g(t)$ 는 한 점에서만 불연속이다.

MISSION CLEAR

1. 55

2. 165

3. ④

4. 114

5. 21