

| | | |
|------|----------|------|
| 내신대비 | 수학(하) | |
| | 집합(추가문제) | / 22 |

1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 소수}\}$, $B = \{x | x \text{는 짝수}\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$ 에 속하는 모든 원소의 합은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 15

2. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 7, n(C) = 5, n(A \cap B) = 4, n(C \cup A) = 12, B \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3\}, A^c \cup B = U$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 8
 ④ 16 ⑤ 32

4. 자연수 전체의 집합 N 의 두 부분집합 $A = \{a | a \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{b | b \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(B - A) \cup X, B \cap X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는?

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

5. 어느 학교 학생 100명 중에서 음악을 좋아하는 학생 수는 80명, 미술을 좋아하는 학생 수는 72명이라고 한다. 이 100명 중에서 음악과 미술을 좋아하는 학생 수의 최솟값은?

- ① 48 ② 52 ③ 56
 ④ 58 ⑤ 62

6. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 Δ 를

$$X \Delta Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$$

로 정의하자. 1에서 30까지의 정수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 차례로 A, B, C 라 할 때, $(A \Delta B) \Delta C$ 의 원소의 개수는?

- ① 10 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

7. 다음 두 조건을 만족하는 집합 X 중 원소의 개수가 최소인 집합을 S 라 할 때, 집합 S 의 모든 원서의 합을 구하여라.

$$(가) \frac{1}{2} \in X$$

$$(나) x \in X \text{이면 } \frac{1}{1-x} \in X$$

8. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 홀수가 k 개만 포함된 부분집합의 개수를 a_k 라 하자. 이때, $a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은?

- ① 48 ② 50 ③ 52
 ④ 54 ⑤ 56

9. 집합 $S = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2\}$ 의 부분집합 중 3개의 원소로 이루어진 부분집합 각각에 속해 있는 모든 원소들의 합은?

- ① 330 ② 340 ③ 350
 ④ 360 ⑤ 370

10. 유리수 a 에 대하여

$$A = \{2, a+2, a^2\}, B = \{3, a, a^2 - 2a\}$$

이고 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?

- ① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{1, 2, 3, 4\}$ ③ $\{0, 1, 2, 3\}$
④ $\{-1, 1, 2, 3\}$ ⑤ $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $C \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B, C 의 순서쌍 (B, C) 의 개수를 구하여라.

12. 자연수 전체의 집합 N 의 두 부분집합

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \sqrt{a_3}, \sqrt{a_4}\}$$

에 대하여 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ 이고 $A \cap B = \{a_1, a_2\}$,

$a_1 + a_2 = 13$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합은?

- ① 9 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 27

13. 어느 학급의 학생 60명 중 농구를 좋아하는 학생은 40명 이상 50명 이하이고, 축구를 좋아하는 학생은 25명 이상 35명 이하라고 한다. 이 학급에서 농구와 축구를 모두 좋아하는 학생 수 k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

14. 어느 반 학생들에게 세 가지 컴퓨터 게임 A, B, C 중에서 어느 것을 할 수 있는가를 조사하였더니 다음과 같았다.

- (가) A와 나머지 어느 하나만 할 줄 아는 학생은 25명이다.
(나) B와 C를 모두 할 줄 아는 학생은 12명이다.
(다) 27명은 두 가지 게임만 할 줄 안다.

이때, 세 가지 게임을 모두 할 줄 아는 학생 수를 구하여라.

15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 서로 다른 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $(X \cup Y) - (X \cap Y)$ 의 가장 작은 원소가 X 에 속할 때, $X \supset Y$ 라 하자. U 의 부분집합에 대하여 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{2, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \supset B \supset C$ ② $A \supset C \supset B$ ③ $B \supset A \supset C$
 ④ $B \supset C \supset A$ ⑤ $C \supset A \supset B$

16. 두 집합

$$A = \left\{ \left[\frac{9}{5}k \right] \mid k \text{는 } 1 \leq k \leq a \text{인 정수} \right\}$$

$$B = \left\{ \left[\frac{9}{4}k \right] \mid k \text{는 } 1 \leq k \leq b \text{인 정수} \right\}$$

에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 인 정수 a, b 이 최솟값의 합은?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

17. 집합 $A_n = \{x \mid 3n - 1 \leq x \leq 9n + 6, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset$ 이 성립하는 n 의 최댓값을 구하여라.

18. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 32\}$ 의 부분집합 S 가 다음 조건을 만족할 때, $n(S)$ 의 최댓값은?

$a \neq b$ 인 두 수 a, b 에 대하여
 $a \in S, b \in S$ 이면 $a + b \neq 5k$ (k 는 자연수)

- ① 6 ② 7 ③ 10
 ④ 15 ⑤ 20

19. 집합 $A = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수는?

| | |
|------------------------------|-----------------------------|
| ㄱ. $\emptyset \in A$ | ㄴ. $\emptyset \subset A$ |
| ㄷ. $\{\emptyset\} \subset A$ | ㄹ. $\{\{1, 2\}\} \subset A$ |
| ㅁ. $\{2\} \in A$ | |

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

20. 두 집합

$$A = \{x \mid -k - 2 \leq x < k + 1\}$$

$$B = \{x \mid -3k < x \leq 7\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 가 성립할 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

21. 전체집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 100, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합

$$S = \left\{ x \mid \frac{x}{100} \text{는 기약분수} \right\}$$

에 대하여 $n(S)$ 의 값은?

- ① 30 ② 40 ③ 50
 ④ 60 ⑤ 70

22. 자연수 n 에 대하여 집합

$$A_n = \left\{ x \mid \langle x \rangle - x = \frac{1}{2n} \right\}$$

로 정할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?
 (단, $\langle x \rangle$ 는 x 보다 작지 않은 최소의 정수이다.)

| | |
|---|-----------------------------|
| — < 보기 > — | |
| ㄱ. $i \neq j$ 이면 $A_i \cap A_j = \emptyset$ | ㄴ. $\frac{1994}{4} \in A_2$ |
| ㄷ. $A_2 \subset A_1$ | ㄹ. $-\frac{7}{6} \in A_3$ |

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

23. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 중 A, B 가 다음 세 조건을 만족시킨다.

- (가) $n(A \cup B) = 5$
 (나) $n(A \cap B) = 2$
 (다) A 의 모든 원소의 곱은 B 의 모든 원소의 곱과 같다.

이때, $A \cup B$ 의 모든 원소의 합의 최댓값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23
 ④ 24 ⑤ 25

24. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 Δ 를

$$X \Delta Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$$

로 정의하자. 세 집합 A, B, C 가

$$n(A \cup B \cup C) = 50, \quad n(A \Delta B) = 20$$

$$n(B \Delta C) = 24, \quad n(C \Delta A) = 30$$

을 만족할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

정답

1. ③

2. 15

3. ④

4. ①

5. ②

6. ③

7. $\frac{3}{2}$

8. ⑤

9. ①

10. ④

11. 27개

12. ③

13. 40

14. 10명

15. ①

16. ③

17. 5

18. ④

19. ④

20. ③

21. ②

22. ③