2021학년도 대학수학능력시험대비

백인대장 모의고사

수능대비

4 회

나형

정답 및 해설

100人대장

'Quality Education Creation'

2021학년도 수능대비 백인대장 모의고사

4회 정답

1. ④	11. ③	21. ⑤
2. ②	12. ④	22. 81
3. ④	13. ①	23. 8
4. ④	14. ④	24. 40
5. ②	15. ③	25. 13
6. ④	16. ②	26. 5
7. ⑤	17. ②	27. 37
8. ⑤	18. ③	28. 11
9. ①	19. ④	29. 527
10. ⑤	20. ③	30. 163

1) ④

2) ②

$\lim_{x\to5}\frac{x^2-25}{x-5}=\lim_{x\to5}\frac{(x-5)(x+5)}{(x+5)}=\lim_{x\to5}(x+5)=10$

3) ④

4) ④

곡선 $y=\log_2(x-2)+3$의 점근선은 직선 $x=2$이고

곡선 $y=2^x+3$의 점근선은 직선 $y=3$이다.

따라서 두 곡선의 교점은 점 $(2,\ 3)$이고 $a+b=2+3=5$

5) ②

6) ④

7) ⑤

$(ax+b)^{10}$의 전개식에서

x^3항은 ${}_{10}\mathrm{C}_3(ax)^3b^7={}_{10}\mathrm{C}_3a^3b^7x^3$

x^4항은 ${}_{10}\mathrm{C}_4(ax)^4b^6={}_{10}\mathrm{C}_4a^4b^6x^4$

x^3의 계수와 x^4의 계수가 같으므로

${}_{10}\mathrm{C}_3a^3b^7={}_{10}\mathrm{C}_4a^4b^6$, $120b=210a$이므로 $\frac{b}{a}=\frac{7}{4}$

8) ⑤

9) ①

10) ⑤

11) ③

12) ④

13) ①

14) ④

$a+b=20$에서 $\frac{a+b}{2}=10$이므로 a,b의 평균이 10일 경우

$f(a)=f(b)$이다.

$x=10$에 대칭인 함수를 의미하므로 문제에 주어진 정규분포는 평균을 10으로 가지게 된다.

따라서 모집단의 분포는 $\mathrm{N}(10,\ 3^2)$을 따른다.

크기가 n인 표본을 임의로 추출하면 표본평균 $\overline{X}$는 $\mathrm{N}\left(10,\ \frac{3^2}{\mathrm{n}}\right)$인 정규분포를 따르게 된다. 따라서 이를 표준화 하면,

$Z=\frac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{\overline{X}-10}{\frac{3}{\sqrt{n}}}$

따라서

$\mathrm{P}(9.5\le\overline{X}\le10.5)=\mathrm{P}\left(\frac{9.5-10}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\le Z\le\frac{10.5-10}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\right)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{-0.5\sqrt{n}}{3}\le Z\le\frac{0.5\sqrt{n}}{3}\right)=0.8664$

표준정규분포표에서

$\mathrm{P}(-1.5\le Z\le1.5)=2\mathrm{P}(0\le Z\le1.5)=0.8664$가 되므로,

$\frac{0.5\sqrt{n}}{3}=1.5,\quad \sqrt{n}=9$

$\therefore\ n=81$

15) ③

16) ②

17) ②

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a+6d=2(a+2d)$, $a=2d$

$\sum_{n=1}^{10}\frac{(a_{n+1}-a_n)^2}{a_{2n-1}a_{2n+1}}$

$=\frac{d}{2}\left\{\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_3}\right)+\left(\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_{19}}-\frac{1}{a_{21}}\right)\right\}$

$=\frac{d}{2}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{21}}\right)=d\left(\frac{a_{21}-a_1}{a_1\times a_{21}}\right)$

$=\frac{d}{2}\times\frac{20d}{a\times(a+20d)}=\frac{10d^2}{2d\times22d}=\frac{5}{22}$

18) ③

19) ④

$a=\frac{5}{12},b=\frac{1}{3},c=\frac{2}{9},d=\frac{11}{4}$

(나) 정육각형의 대각선 하나와 나머지 4개의 점들 중 하나를 고르면 된다.

20) ③

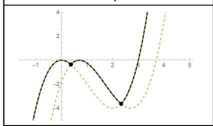
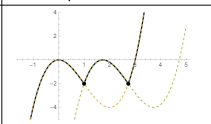
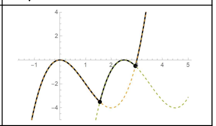
21) ⑤

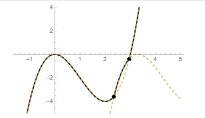
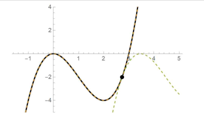
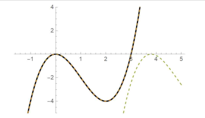
$g(x)$가 $x=t_1,\ t_2\ (t_1<t_2)$에서 같은 극솟값을 가질 때,

$f(t_1)=f(t_1-a)=f(t_2)=f(t_2-a)$

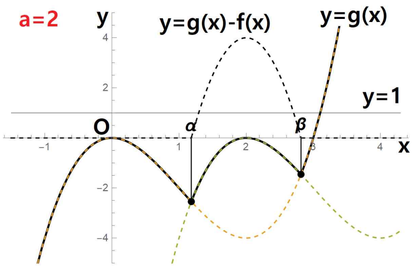
$t_1=t_2-a,\ t_2=t_1+a$이므로 $f(x)$는 $t_1-a,\ t_1,\ t_1+a$에서 같은

함숫값 k를 가진다.
방정식 $x^3-3x^2=k$에서 세 실근의 합이 $3t_1=3$이므로 $t_1=1$, $k=-2$이다.
세 실근의 곱이 $t_1(t_1^2-a^2)=k=-2$, $a=\sqrt{3}$

$0<a<\sqrt{3}$	$a=\sqrt{3}$	$\sqrt{3}<a<3$
		
$x=t_1$, t_2 $(t_1<t_2)$에서 극소이고 $g(t_1)>g(t_2)$	$x=t_1$, t_2 $(t_1<t_2)$에서 극소이고 $g(t_1)=g(t_2)$	$x=t_1$, t_2 $(t_1<t_2)$에서 극소이고 $g(t_1)<g(t_2)$

$3\le a<2\sqrt{3}$	$a=2\sqrt{3}$	$a>2\sqrt{3}$
		
$x=2$에서만 극솟값을 가진다.	$x=2$에서만 극솟값을 가진다.	$x=2$에서만 극솟값을 가진다.

문제의 조건에서 a는 자연수이므로 $a=2$이다.



$$b=\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{7}{2}$$

$\therefore\ ab=2\times\dfrac{7}{2}=7$

22) 81

23) 8

24) 40

$x^2-7x+\log_2 2a=0$의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 2b$이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 대하여
$\log_2 a+\log_2 2b=7$, $\log_2 a\times\log_2 2b=\log_2 2a$
$\log_2 a+\log_2 2b=7$에서 $\log_2 a+(1+\log_2 b)=7$
$\log_2 a+\log_2 b=6$
$\log_2 a\times\log_2 2b=\log_2 2a$에서
$\log_2 a\times(1+\log_2 b)=1+\log_2 a$
$\log_2 a\times\log_2 b=1$

따라서

$$\log_a 2b+\frac{1}{\log_{2a} b}$$
$$=\log_a 2b+\log_b 2a$$
$$=\frac{\log_2 2b}{\log_2 a}+\frac{\log_2 2a}{\log_2 b}$$
$$=\frac{(1+\log_2 b)\log_2 b+(1+\log_2 a)\log_2 a}{\log_2 a\times\log_2 b}$$
$$=\frac{(\log_2 a+\log_2 b)+(\log_2 a)^2+(\log_2 b)^2}{\log_2 a\times\log_2 b}$$
$$=\frac{(\log_2 a+\log_2 b)+(\log_2 a+\log_2 b)^2-2\log_2 a\times\log_2 b}{\log_2 a\times\log_2 b}$$
$$=\frac{6+6^2-2\times1}{1}=40$$

25) 13

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(B\cap A)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{4}{9}$이므로 $p+q=9+4=13$

26) 5

27) 37

28) 11

$\overline{\mathrm{AB}}=2$라 하자.
삼각형 ABM에서 코사인법칙을 이용하면 $\overline{\mathrm{BM}}=\sqrt{7}$

$\overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{AM}}\times\dfrac{1}{\sqrt{7}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\dfrac{8}{\sqrt{7}}$ $\cdots$ (1)

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}\times\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

삼각형 ABD에서 코사인법칙을 이용하면

$\cos\angle\mathrm{BAD}=-\sqrt{\dfrac{3}{7}}$ 이므로 $\sin^2\angle\mathrm{BAD}=1-\dfrac{3}{7}=\dfrac{4}{7}=\dfrac{q}{p}$

$p+q=11$

[다른 풀이]
$\overline{\mathrm{AB}}=2$라 할 때, 사각형 ABCD의 외접원의 반지름의 길이는 2이다.
(1)에서 $\overline{\mathrm{BD}}=\dfrac{8}{\sqrt{7}}=4\sin\angle\mathrm{BAD}$, $\sin\angle\mathrm{BAD}=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$

29) 527

30) 163

$\dfrac{160}{3}$