

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 두 실수 a, b 에 대하여 $a = \sqrt{2}, b^2 = 3$ 일 때, $(ab)^4$ 의 값은?
[2점]

- ① 24 ② 27 ③ 32
- ④ 36 ⑤ 40

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15
- ④ 20 ⑤ 25

3. $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20, \sum_{k=1}^{10} a_k = 6$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + 3a_k)$ 의 값은? [2점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
- ④ 38 ⑤ 40

4. 곡선 $y = \log_2(x-2) + 3$ 의 점근선과 곡선 $y = 2^x + 3$ 의 점근선의 교점이 (a, b) 이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

5. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = (-1)^{n+1} \times a_n + 3^n$$

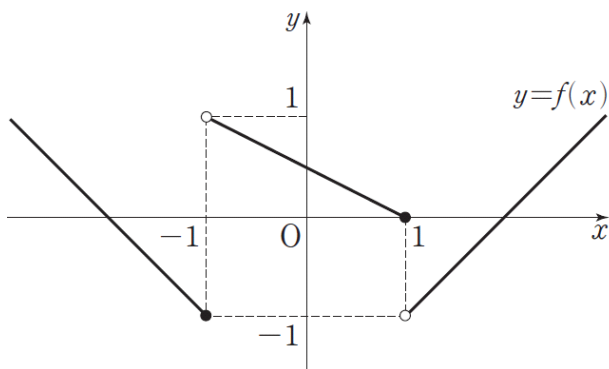
을 만족시킨다. a_5 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 49 ③ 113
- ④ 211 ⑤ 275

7. 다항식 $(ax+b)^{10}$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수가 같을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $ab \neq 0$) [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow \infty} f\left(-1 + \frac{1}{x}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_1 \times a_3 \times a_7 = 32, \frac{S_8}{S_4} = 2$ 일 때, a_{17} 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 20 ③ 24
- ④ 28 ⑤ 32

9. $\int_0^3 (x^2 - a)dx = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-5 & (x \geq a) \\ x+1 & (x < a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

11. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a \times b \times c$ 가 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{16}$ ② $\frac{27}{32}$ ③ $\frac{7}{8}$
 ④ $\frac{29}{32}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

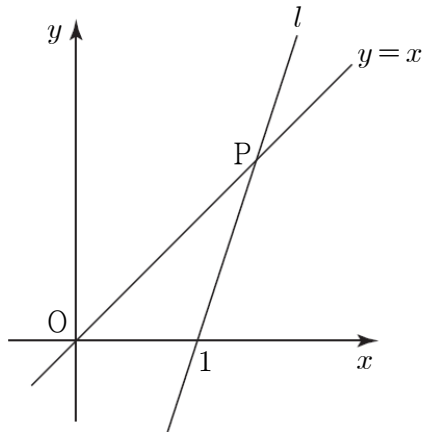
12. 확률변수 X 의 확률질량함수

$$P(X=x) = p_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

에 대하여 수열 $\{p_i\}$ 가 등차수열을 이룰 때, p_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

13. 직선 $y=x$ 와 기울기가 $\tan \frac{5}{12}\pi$ 이고 x 절편이 1인 직선 l 이 있다. 직선 $y=x$ 와 직선 l 이 만나는 점을 P라 할 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



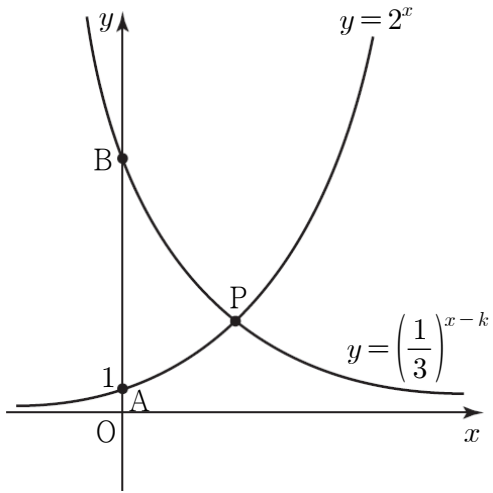
- ① $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{6} + 2}{2}$
- ④ $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

14. 어느 모집단의 확률변수 X 는 평균이 m 이고 분산이 9인 정규분포를 따른다. 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 $a+b=20$ 을 만족하는 임의의 실수 a, b 에 대하여 $f(a)=f(b)$ 를 만족한다. 이 모집단에서 크기 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라고 하자. $P(9.5 \leq \bar{X} \leq 10.5) = 0.8664$ 를 만족시키는 표본의 크기 n 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 36
- ② 49
- ③ 64
- ④ 81
- ⑤ 100

15. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-k}$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-k}$ 의 교점을 P라 하자. $\overline{AB}=5$ 일 때, 삼각형 APB의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

16. 0이 적혀있는 카드가 2장, 1이 적혀있는 카드가 1장, 2, 3, 6이 적혀있는 카드가 각각 2장씩 총 9장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 4장의 카드를 뽑아 일렬로 배열하여 네 자리의 자연수를 만든다고 할 때, 만든 네 자리 자연수 중 각 자리의 수의 합이 8인 경우의 수는? [4점]

0	0	1	2	2	3	3	6	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- ① 25 ② 27 ③ 29
- ④ 31 ⑤ 33

17. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_7 = 2a_3$ 일 때,

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{(a_{n+1} - a_n)^2}{a_{2n-1} a_{2n+1}}$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{5}{22}$ ③ $\frac{3}{11}$
 ④ $\frac{7}{22}$ ⑤ $\frac{4}{11}$

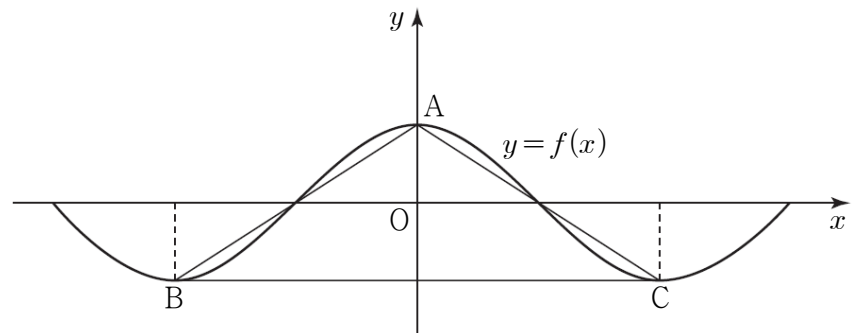
18. 그림과 같이 양수 a, b 에 대하여

$$f(x) = a \cos bx \quad \left(-\frac{3\pi}{2b} < x < \frac{3\pi}{2b}\right)$$

의 그래프 위의 세 점

$A(0, a), B\left(-\frac{\pi}{b}, -a\right), C\left(\frac{\pi}{b}, -a\right)$ 를 이어 만든 삼각형의 넓이가

$27\sqrt{3}$ 이고, $\angle ABC = \frac{\pi}{6}$ 일 때, $f\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

19. 다음은 정육각형의 서로 다른 6개의 꼭짓점에 임의로 1부터 6까지의 번호를 매기고 아래 규칙과 같은 게임을 할 때, 얻는 점수의 기댓값을 구하는 과정이다.

- (가) 주사위를 3번 굴려 숫자를 기록한다.
- (나) 나온 숫자에 해당하는 꼭짓점끼리 이어서 만들 수 있는 모든 선분을 긋는다. (단, 없다면 긋지 않는다.)
- (다) 만들어진 도형이 점인 경우 1점, 선분인 경우 2점, 직각삼각형인 경우 3점, 예각 또는 둔각삼각형인 경우 4점을 얻는다. (단, 중복으로 점수를 받지 않고 받을 수 있는 최대 점수를 받는다.)

게임을 진행할 때, 얻는 점수를 확률변수 X 라 하고, 이에 대한 확률질량함수 $P(X=k)$ ($k=1, 2, 3, 4$)를 구해보자.

1) $k=1$ 일 때
점만 만들어지는 경우는 주사위에서 모두 같은 숫자가 나올 때이므로 $P(X=1) = \frac{1}{36}$ 이다.

2) $k=2$ 일 때
점과 선분만 만들어지는 경우는 주사위에서 같은 숫자가 2번 그와 다른 숫자가 1번 나올 때이므로 $P(X=2) = \text{[가]}$

3) $k=3$ 일 때
정육각형에 외접하는 원을 그리고 원주각이 90° 인 경우를 살펴보면 직각삼각형이 만들어지는 경우를 관찰할 수 있다. 이를 활용하면 $P(X=3) = \text{[나]}$ 이다.

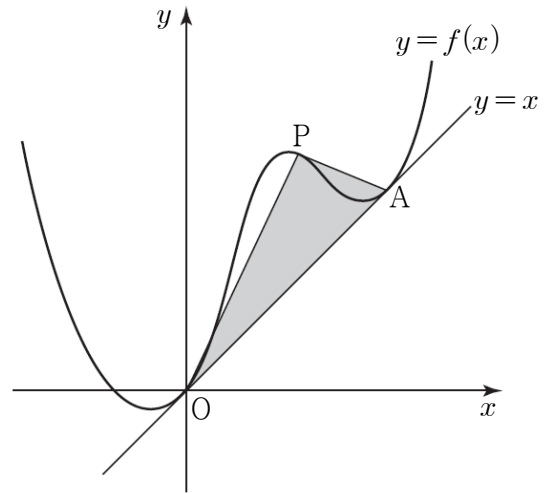
4) $k=4$ 일 때
 $\sum_{k=1}^4 P(X=k) = 1$ 이므로 $P(X=4) = \text{[다]}$ 이다.
따라서 얻는 점수의 기댓값은 $E(X) = \text{[라]}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각

a, b, c, d 라 할 때, $\frac{d-a}{b-c}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20
- ④ 21 ⑤ 22

20. 그림과 같이 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 의 그래프와 원점 O 와 점 $A(a, a)$ 에서 각각 접한다. 함수 $y=f(x)$ 위의 점 $P(p, f(p))$ 에 대하여 $0 < p < a$ 일 때, 삼각형 POA 의 넓이의 최댓값은 32이다. 양수 a 의 값은? [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

21. 자연수 a 와 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 에 대하여 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) > f(x-a)) \\ f(x-a) & (f(x) \leq f(x-a)) \end{cases}$$

이다. $g(x)$ 가 $x=t_1, t_2$ ($t_1 < t_2$)에서 극소이고, $g(t_1) < g(t_2)$ 일 때, 방정식 $g(x) - f(x) = 1$ 의 서로 다른 모든 해의 곱을 b 라 하자. $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6
- ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

단답형

22. ${}_3\Pi_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - x^2}{x - 2} = 2 \text{ 일 때, } f'(3) \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

24. 이차방정식 $x^2 - 7x + \log_2 2a = 0$ 의 두 근이 $\log_2 a, \log_2 2b$ 일 때, $\log_a 2b + \log_b 2a$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 양수이고, $a \neq \frac{1}{2}, a \neq 1, b \neq 1$ 이다.) [3점]

25. 두 사건 A, B 에 대하여

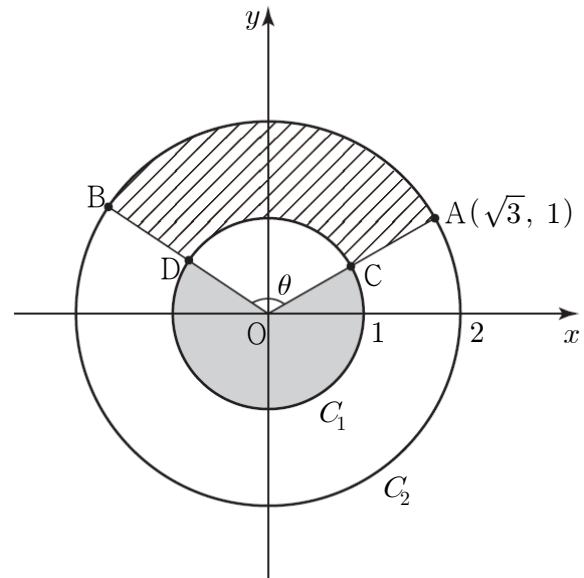
$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B|A) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

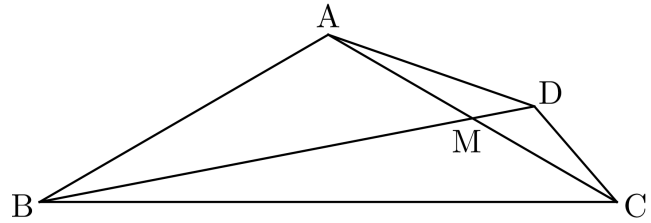
26. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고, 반지름의 길이가 1, 2인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 원 C_2 위의 두 점 $A(\sqrt{3}, 1), B$ 에 대하여 $\angle AOB = \theta$ 라 하고, 두 선분 OA, OB 가 원 C_1 과 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 색칠된 부채꼴 COD 의 넓이와 빗금친 도형 $ABDC$ 의 넓이가 서로 같을 때, 점 D 의 좌표는 (a, b) 이다. $8a^2 + 4b^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A 는 제1사분면에 점 B 는 제2사분면에 위치한다.)

[4점]



27. 상수 a, b 에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치를 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. $f(t) - g(t) = t^3 - 9t^2 + at + b$ 이고, $t=1$ 에서 점 P, Q가 만나고 속도가 같을 때, 다시 속도가 같아지는 시각을 $t=\alpha$ 라 하고 $t=\alpha$ 일 때, 두 점 사이의 거리는 β 이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle BDC = \frac{2\pi}{3}$ 인 사각형 ABCD에 대하여 두 대각선 AC, BD의 교점을 M이라 하자. $\overline{AM} = \overline{CM}$ 일 때, $\sin^2 \angle BAD = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 두 사람 A, B가 다음 규칙에 따라 동전을 던져 점수를 얻는 게임을 한다.

- (가) 동전을 던져 앞면이 나오면 1점을 얻고, 그 사람이 다시 동전을 던진다.
 (나) 동전을 던져 뒷면이 나오면 점수를 얻지 못하고, 상대방이 동전을 던진다.
 (다) 먼저 4점을 얻는 사람이 이기고 게임을 끝낸다.

A부터 동전을 던지기 시작하여 두 사람 A, B가 던진 횟수의 합이 12이고, A가 4점, B가 2점을 얻어 A가 이길 확률은 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 음의 정수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} mx+2m & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}mx+2m & (x > 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \int_4^x f(t)dt$ 라 하자. x 에 대한 방정식

$g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 정수 k 의 개수가 11일 때, 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=8$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

