양정고

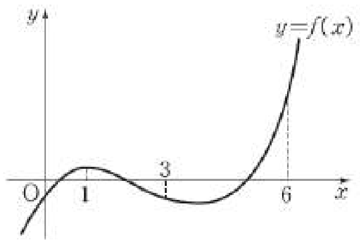
내신대비

1.

[EBS 2017 수능특강]

그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$가 $\int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{1}^{3} f(x)dx = \int_{3}^{6} f(x)dx = 0$을 만족시킨다.

함수 $g(x) = \int_{0}^{x} f(t)dt$라 할 때 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.



2.

[EBS 2017 수능특강]

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\int_{2-a}^{1} f(x)dx = \int_{1}^{a} f(x)dx$

(나) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \frac{4}{3}$

3.

[2016 수능기출]

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(-x)=-f(x)$, $g(-x)=g(x)$를 만족시킨다.

함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)dx=10$일 때, $h(3)$의 값을 구하시오.

4.

[2016 수능기출]

이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오.

(가) $\int_{0}^{2}|f(x)|dx=-\int_{0}^{2}f(x)dx=4$

(나) $\int_{2}^{3}|f(x)|dx=\int_{2}^{3}f(x)dx$

5.

[EBS 2018 수능특강]

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$\int_0^x (2t-x)f(t)dt = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{3}x^4 + ax^3$을 만족시킨다.

$f(0)=0$, $f(1)=1$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

6.

[EBS 2018 수능특강]

이차함수 $f(x)=(x-a)(x-b)$가 모든 실수 t에 대하여

$\int_{3-t}^{3} f(x)dx + \int_{3+t}^{3} f(x)dx = 0$을 만족시킨다.

곡선 $y=f(x)$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1,

곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자.

$S_2 = 2S_1$일 때, $f(7)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$)

7.

[EBS 2018 수능특강]

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때,

$f(t)=2t$, $g(t)=-2$이다.

두 점 P, Q의 시각 $t=0$에서의 위치는 각각 0, 80이고

시각 $t=a\,(a>0)$에서의 두 점 P, Q가 만난다.

시각 $t=0$에서 시각 $t=a$까지 두 점 P, Q가 움직인 거리를 각각 p, q라 할 때,

$|p-q|$의 값을 구하시오.

8.

[EBS 2018 수능특강]

함수 $f(x)=x^3-6$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,

두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 직선 $y=-x-6$으로

둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

9.

[EBS 2018 수능특강]

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여

함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x+k$가 만나는 서로 다른 교점의 개수를 $g(k)$라 하자.

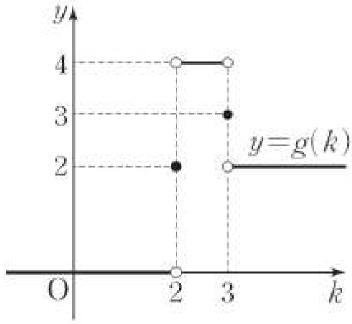
함수 $y=g(k)$의 그래프는 그림과 같다.

$-1<a<b$인 두 실수 a, b에 대하여

$f'(-1)=f'(a)=f'(b)=1$일 때,

곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



10.

[EBS 2018 수능특강]

실수 전체의 집합에서 증가하면서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$
(나) $\int_0^3 f(x)dx=1$, $\int_0^3 \lvert f(x)\rvert dx=7$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $x=6$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

11.

[EBS 2018 수능특강]

두 곡선 $y = x^3 - 4x^2$, $y = kx^2 - 4kx\ (0 < k < 4)$로 둘러싸인 두 부분 중 경계에 원점을 포함하는 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 경계에 원점을 포함하지 않는 부분의 넓이를 S_2라 하자.

$S_2 - S_1 = 16$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

12.

[EBS 2018 수능특강]

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 $\mathrm{P},\ \mathrm{Q}$의 시각 $t\ (0 \le t \le 4)$에서의 속도가 각각 $t^2 - 3t$, t이다. 실수 $x\ (0 \le x \le 4)$에 대하여 $t = 0$에서 $t = x$까지 두 점 $\mathrm{P},\ \mathrm{Q}$가 움직인 거리를 각각 $f(x),\ g(x)$라 하자.

함수 $f(x) - g(x)$의 최댓값을 구하시오.

13.

[EBS 2017 수능완성]

다음 조건을 만족하는 두 자연수 $m,\ n$의 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하시오.

(가) $m-n \leq 20$

(나) 함수 $f(x)=6x^2-2mx+3n$에 대하여 함수 $g(x)=\int_0^x (x-t)f(t)dt$가

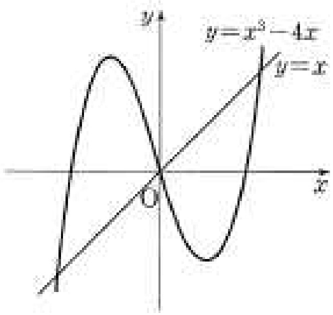
$x=2$에서 극댓값을 갖는다.

14.

[2017 EBS 수능특강]

함수 $f(x)=x^3-4x$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동시켜 직선 $y=x$에 접하도록 하는 m에 대하여 $27m^2$의 값을 구하시오.

(단, m은 상수이다.)



15.

[2017 EBS 수능특강]

두 실수 α, β와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 열린구간 $(\alpha,\ \beta)$에서 감소하고 열린구간 $(-\infty,\ \alpha)$와 $(\beta,\ \infty)$에서 각각 증가한다. (나) $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=2$

$f(2)-f(1)$의 값을 구하시오.

16.

[2017 EBS 수능완성]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 있다.

기울기가 4인 직선 l과 곡선 $y=f(x)$는 x좌표가 -1인 점에서 만나고,
x좌표가 3인 점에서 접한다. 함수 $f(x)$가 $x=p$에서 극솟값을 가질 때,
p의 값을 구하시오.

[양정고 2018-2-1(자) 기말]

17. 최고차항의 계수가 2인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq t$일 때, $f(x) \geq f(t)$를 만족시키는 실수 t의 값의 범위는 $-1 \leq t \leq 0,\ t \geq 1$이다. (나) 방정식 $f(x)=0$은 한 개의 실근을 가진다. (다) 방정식 $\lvert f(x)-f(0)\rvert=4$는 서로 다른 3개의 실근 $\alpha,\ -1,\ \beta$를 가진다. (단, $\alpha<-1<\beta$)

$f(-2)$의 값은? [4.0점]

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

[양정고 2019-2-2 기말]

18. 모든 실수에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다. (나) 곡선 $y=\lvert f(x)\rvert$의 그래프는 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다. (다) 함수 $y=\lvert f(x)\rvert$는 $x=9$에서 미분가능하지 않다.

$2 \leq x < 3$에서 $f'(x)=-2x$, $4 \leq x < 5$에서 $f'(x)=ax-20$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $f(3)$의 값을 구하시오. [2점]

(2) 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

(3) $f(5)$의 값을 구하시오. [2점]

[양정고 2016-2-1(자) 기말]

19. 삼차함수 $f(x)$의 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=f'(0)$이다. $x \geq -2$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$을 만족한다. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 이차항의 계수가 최소일 때, $\int_{-1}^{1} f(x)dx$의 값은? [4.5점]

① $\frac{50}{3}$　② $\frac{52}{3}$　③ 20
④ $\frac{64}{3}$　⑤ $\frac{70}{3}$

[양정고 2019-2-2 기말]

20. 함수 $f(x)=x^2-ax+a+3$과 함수 $g(x)=\frac{7a}{6}x^2-12x+\int_{0}^{x} f(t)dt$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 양의 실근을 갖는다. (나) 방정식 $g(x)=0$의 실근 중 양수인 근이 존재한다.

모든 정수 a의 합은? [6.9점]

① 12　② 15　③ 18
④ 21　⑤ 24

[양정고 2019-2-2 기말]

21. $\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_{1}^{x}(3t^2+2tx+x^2)dt$의 값은? [4.5점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[양정고 2016-2-1(자) 기말]

22. $x \geq 0$에서 정의된 함수 $f(x)$가 $f(x)=\int_{0}^{x}|t-3|dt$일 때, $f(x)$ 위의 접점의 x좌표가 6인 점에서의 접선과 곡선 $f(x)$ 및 $x=0$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4.2점]

① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

[양정고 2018-2-1(자) 기말]

23. 최고차항의 계수가 1이고 원점을 지나는 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x}f(t)dt$$

라 하자. 방정식 $|g(x)|=g(-2)$가 서로 다른 세 실근을 가질 때, $g(3)$의 값은? [3.8점]

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

[양정고 2016-2-1(자) 기말]

24. 곡선 $y=x^3+x^2-2x$ 위의 점 $\mathrm{P}(-1,\ 2)$에서의 접선과 이 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 이등분하는 직선 $y=mx$의 기울기 m의 값은? [4.4점]

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

[양정고 2019-2-2 기말]

25. 함수 $f(x)=\int_a^x (|t|-1)dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [6.0점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a=0$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 가진다.

ㄴ. $a=\frac{1}{2}$일 때, 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근의 곱은 음수이다.

ㄷ. $a=-2$일 때, 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근의 곱은 양수이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

빠른 정답

1. 4개
2. $\frac{25}{3}$
3. 1
4. 45
5. 28
6. 13
7. 48
8. 38
9. 121
10. 20
11. $\frac{1}{2}$
12. $\frac{4}{3}$
13. 15개
14. 500
15. -5
16. $\frac{7}{3}$
17. ④
18. (1) 0 (2) $a=4$ (3) -7
19. ⑤
20. ②
21. ③
22. ②
23. ③
24. ①
25. ②

정답 및 해설

1. 4개

2. 8

3. 1

4. 45

5. 28

6. 13

7. 48

8. 38

9. 121

10. 20

11. $\dfrac{1}{2}$

12. $\dfrac{4}{3}$

13. 15개

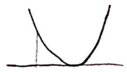
14. 500

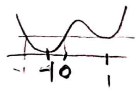
15. -5

16. $\dfrac{7}{3}$

17. ④

(가), (나)에서

①  모순

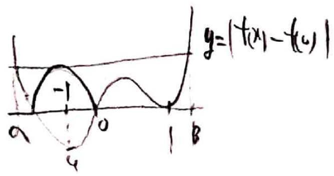
②  가능

③  모순

⋮

그러므로 $f(x)$의 그래프의 개형은 ②와 같다.

(다)에서



$\therefore\ f'(x)=8(x-1)(x+1)(x-\alpha)$

$f'(x)=(8x^2-8)(x-\alpha)$

$f'(x)=8x^2-8\alpha x^2-8x+8\alpha$

$f(x)=2x^4-\dfrac{8}{3}\alpha x^3-4x^2+8\alpha x+B$

$f(x)-f(0)=2x^4-\dfrac{8}{3}\alpha x^3-4x^2+8\alpha x$

$f(-1)-f(0)=-4$에서 $\alpha=\dfrac{3}{8}$

$\therefore\ f(x)=2x^4-x^3-4x^2+3x+B$

$f(-1)=0$에서

$2+1-4-3+B=0,\ B=4$

$f(x)=2x^4-x^3-4x^2+3x+4$

$f(-2)=22$

18. (1) 0 (2) $a=4$ (3) -7

19. ⑤

$x\ge -2$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge f'(x)$이고,

$f(0)=f'(0)$이므로 $f(x)-f'(x)=x^2(x-a)$로 둘 수 있다.

$(a\le -2)$

$f(x)=x^3+px^2+qx+r$로 두면 $p-3=-a\ge 2$

p의 값이 최소가 되어야 하므로 $p=5$이다.

$f(x)-f'(x)=x^3+2x^2+(q-2p)x+r-q=x^2(x+2)$이므로

$q=10,\ r=10$이다.

$\displaystyle\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=20+10\int_{0}^{1}x^2\,dx=\frac{70}{3}$

20. ②

21. ③

22. ②

$f'(x)=|x-3|$

$f(0)=0$이고, $f(3)=\int_0^3 |t-3|\,dt=\frac{9}{2}$

함수 $f(x)$가 점 $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$대칭이므로 $f(6)=9$

$f'(6)=3$이므로 $x=6$에서의 접선의 기울기가 3이다.

따라서 접선이 $(3,\ 0)$, $(0,\ -9)$를 지난다.

구하고자 하는 부분의 넓이는

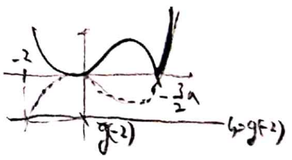
$\frac{1}{2}\times 3\times 9+\int_0^6 f(x)\,dx-\frac{1}{2}\times 3\times 9=27$

23. ③

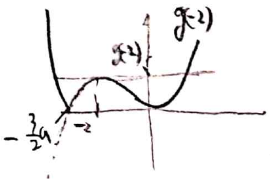
$g(0)=0$, $g'(x)=f(x)=x^2+ax$

$\therefore\ g(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2=x^2\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}a\right)$

① $g(-2)<0$


$\rightarrow$ $|g(x)|=g(-2)$ 해없다.

② $g(-2)>0$


$|g(x)|=g(-2)$가 서로 다른 세 실근을 가지려면 $a=2$여야 한다.

따라서 $g(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2$, $g(3)=9+9=18$

24. ①

$y'=3x^2+2x-2$

점 $\mathrm{P}(-1,\ 2)$에서의 접선의 방정식은 $y=-x+1$이다.

이 직선과 주어진 곡선의 교점은 $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.

$y=mx$가 $y=-x+1$과 만나는 점의 좌표를 $(1-k,\ k)$이다.

$\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\{(-x+1)-(x^3+x^2-2x)\}\,dx$

$=\int_0^1(-x^3-x^2+2x)dx+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot k$

$\frac{2}{3}=\frac{5}{12}+\frac{1}{2}k \rightarrow k=\frac{1}{2}$

$\therefore m=\frac{k}{1-k}=1$

25. ②