

교과서로
내신을 보다.

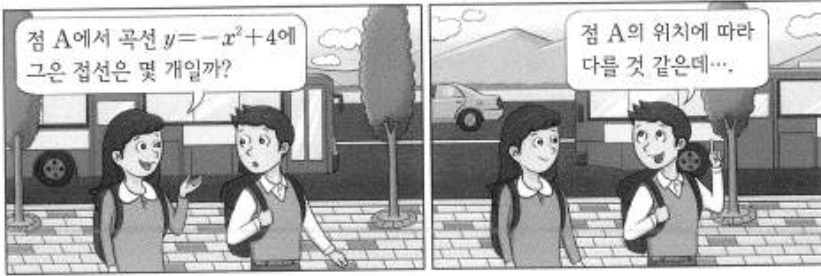
비상교과서
수학2

<접선의 방정식>

MEMO

1. 비상교과서 p.73

다음 두 학생의 대화를 읽고, 점 $A(2, k)$ 에서 곡선 $y = -x^2 + 4$ 에 그은 접선의 개수를 k 의 값의 범위에 따라 구해 보자.



2. 비상교과서 p.77

다음은 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능하며 $f'(x) = 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 상수함수임을 보이는 과정이다. 빈 칸에 알맞은 것을 써넣으시오.

$a < x \leq b$ 인 x 에 대하여 닫힌구간 $[a, x]$ 에서 평균값 정리에 따라

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 (a, x) 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(c) = \square$ 이므로 $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$

즉, $f(x) - f(a) = 0$ 이므로 $f(x) = \square$

따라서 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 상수함수이다.

<도함수의 활용>

MEMO

3. 비상교과서 p.154 익힘책

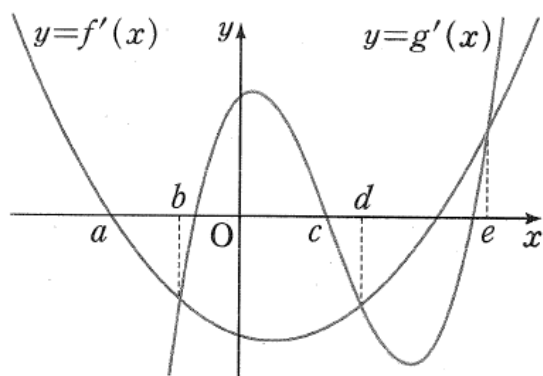
실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = -x^3 + 2ax^2 + ax$$

의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오. | 4점 |

4. 비상교과서 p.100

삼차함수 $f(x)$ 와 사차함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$ 가 극소인 x 의 값은?



- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e

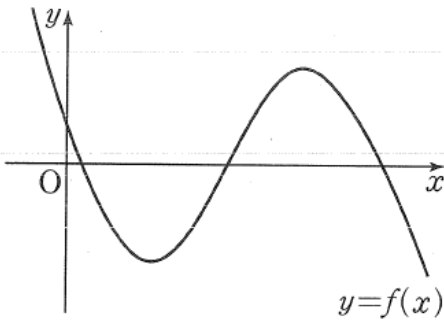
5. 비상교과서 p.100

함수 $f(x) = x^3 - 6ax^2 + 9a^2x + 1$ 의 극댓값과 극솟값의 합이 34일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

6. 비상교과서 p.102

함수 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 0이 아닌 상수)



7.

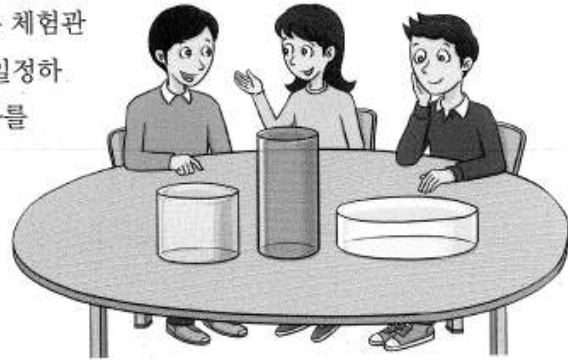
| 창의적 활동 ◉ 융합적 사고를 위한 |

수행 과제


문제 해결

활동 목표 미분을 이용하여 최댓값에 대한 문제를 해결할 수 있다.

- 1 어느 박람회에 원기등을 직접 만들어 보는 체험관이 있다. 이 체험관에서는 겹넓이가 k 로 일정하면서 부피가 최대한 원기등을 만드는 행사를 열었다.



- 1 부피가 최대한 원기등의 밑면의 반지름의 길이를 k 에 대한 식으로 나타내 보자.
- 2 부피가 최대한 원기등의 밑면의 반지름의 길이와 높이의 비를 가장 작은 자연수의 비로 나타내 보자.

 한번 더 해결하기

- 3 밑면이 정사각형인 직육면체의 겹넓이가 일정하면서 부피가 최대일 때, 이 직육면체의 밑면의 한 변의 길이와 높이의 비를 가장 작은 자연수의 비로 나타내 보자.

8. 비상교과서 p.91

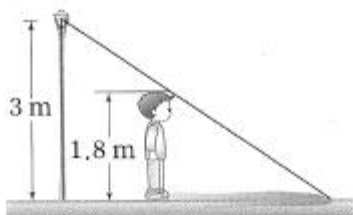
방정식 $x^3 + 6x^2 + 9x - 2 + a = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.

9. 비상교과서 p.155 익힘책

함수 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 5$ 에서 방정식 $|f(x)| = k$ 가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하시오. (3점)

10. 비상교과서 p.155 익힘책

다음 그림과 같이 키가 1.8 m인 학생이 높이가 3 m인 가로등 밑에서 출발하여 매초 0.8 m의 속도로 일직선으로 걸어가고 있을 때, 그림자의 길이가 늘어나는 속도를 구하십시오. (4점)

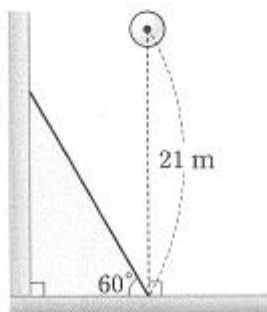


11. 비상교과서 p.155 익힘책

다음 그림과 같이 평평한 바닥에 60° 만큼 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 0.5 m인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 지점에서 수직으로 21 m 높이에 있다. 이 공이 자유 낙하할 때, t 초 후 공의 중심의 높이를 h m라고 하면

$$h = 21 - 5t^2$$

이 관계가 성립한다고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간의 공의 속도를 구하십시오. (4점)



<적분>

MEMO

12. 비상교과서 p.115

임의의 실수 x 에 대하여 $\int_{-1}^x f(t) dt = x^3 + 6x^2 + 7x + a$ 를 만족시키는 연속함수 $f(x)$ 와 상수 a 의 값을 구하시오.

13. 비상교과서 p.121

미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\int_1^x (x-t)f(t) dt = 2x^3 + ax^2 - 4x + 3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수)

14. 비상교과서 p.122

| 창의적 활동 + 융합적 사고를 위한 |

수행 과제

문제
해결

의사
소통

활동 목표 부정적분의 개념을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

▶ 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대한 다음 대화를 읽고, 문제를 해결해 보자.

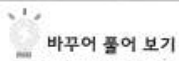
$f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 8x + 1$
이야.

함수 $f(x) + g(x)$ 는
함수 $f(x) - g(x)$ 의
부정적분 중 하나야.



1 함수 $g(x)$ 의 최고차항의 계수를 구해 보자.

2 함수 $g(x)$ 를 구해 보자.



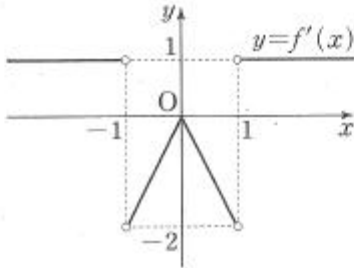
바꾸어 풀어 보기

3 위의 문제에서 두 학생이 말하는 조건을 바꾸어 함수 $g(x)$ 를 구하고, 그 과정을 친구에게 설명해 보자.

15. 비상교과서 p.157 익힘책

연속함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 원점을 지나는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

[4점]

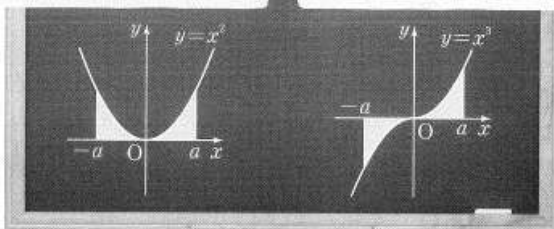


16. 비상교과서 p.128

다음 두 학생의 대화를 읽고, 닫힌구간 $[-a, a]$ 에서 연속인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이면 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$, 원점에 대하여 대칭이면 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ 임을 설명해 보자.

함수 $y=x^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이니까...

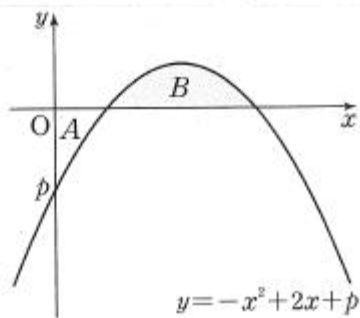
함수 $y=x^3$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이니까...



17. 비상교과서 p.137

다음 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 2x + p$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 각각 A , B 라고 할 때, $A : B = 1 : 2$ 이다. 이때 상수 p 의 값을 구하시오.

(단, $-1 < p < 0$)



18. 비상교과서 p.159 익힘책

함수 $f(x) = \sqrt{x-3}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $\int_3^{12} f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx$ 의 값은?

| 4점 |

- ① 27 ② 30 ③ 33
④ 36 ⑤ 39

MEMO

19. 비상교과서 p.134

지상 1 m 높이에서 10 m/s의 속도로 지면과 수직하게 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 속도를 $v(t)$ m/s라고 하면

$$v(t) = 10 - 10t \quad (0 \leq t \leq 2)$$

인 관계가 성립한다고 한다. 공을 위로 던진 후 2초 동안 공이 움직인 거리를 구하시오.

20. 비상교과서 p.159 익힘책

어느 전망대에 설치된 승강기는 1층에서 출발하여 꼭대기까지 올라가는 동안 출발 후 처음 3초까지는 4 m/s^2 의 가속도로 올라가고, 3초 후부터 8초까지는 등속도로 올라가며, 8초 후부터는 -3 m/s^2 의 가속도로 올라가서 멈춘다. 이 승강기가 출발하여 멈출 때까지 움직인 거리를 구하시오. [4점]

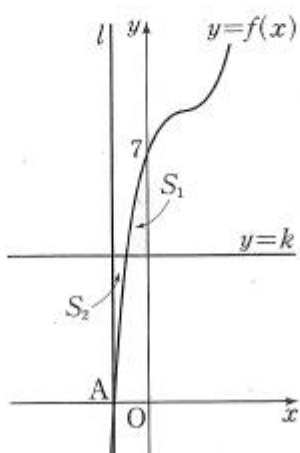
21. 비상교과서 p.158 익힘책

함수 $f(x) = 2x^3 - 6x - 2$ 에 대하여
 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라
 고 할 때, 정적분 $\int_{-1}^1 g(t) dt$ 는?
 (단, $t \geq -1$) | 4점 |

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

22. 비상교과서 p.159 익힘책

함수 $f(x) = (x-1)^3 + 8$ 에서 다음 그림과
 같이 곡선 $y=f(x)$ 가 x 축과 만나는 점을 A
 라 하고, 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선
 을 l 이라고 하자. 또 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및
 직선 $y=k$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이
 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 l 및 직선
 $y=k$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라고 하
 자. $S_1 = S_2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < k < 7$) | 4점 |



MEMO

정답 및 해설

1. $k > 0$ 일 때 2개, $k = 0$ 일 때 1개, $k < 0$ 일 때 0개

2. 0, $f(a)$

3. $-\frac{3}{4} \leq x \leq 0$

4. ④ d

5. ② 2

6. 1

7.

1 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면 원기둥의 겉넓이가 k 로 일정하므로

$$2\pi r^2 + 2\pi r h = k$$

$$h = -r + \frac{k}{2\pi r} \quad \dots\dots ①$$

원기둥의 부피를 $V(r)$ 라고 하면

$$V(r) = \pi r^2 h = -\pi r^3 + \frac{1}{2}kr$$

$$V'(r) = -3\pi r^2 + \frac{1}{2}k$$

$$= -3\pi \left(r + \sqrt{\frac{k}{6\pi}} \right) \left(r - \sqrt{\frac{k}{6\pi}} \right)$$

$r > 0$ 일 때, $V'(r) = 0$ 에서 $r = \sqrt{\frac{k}{6\pi}}$

r	0	...	$\sqrt{\frac{k}{6\pi}}$...
$V'(r)$		+	0	-
$V(r)$		/	극대	\

따라서 $V(r)$ 는 $r = \sqrt{\frac{k}{6\pi}}$ 에서 최대이므로 부피가 최대인 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는

$$\sqrt{\frac{k}{6\pi}} = \frac{\sqrt{6\pi k}}{6\pi}$$

2 $r = \frac{\sqrt{6\pi k}}{6\pi}$ 를 ①에 대입하여 풀면 $h = \frac{\sqrt{6\pi k}}{3\pi}$

따라서 부피가 최대인 원기둥의 밑면의 반지름의 길이와 높이의 비는

$$r : h = \frac{\sqrt{6\pi k}}{6\pi} : \frac{\sqrt{6\pi k}}{3\pi} = 1 : 2$$

3 1 : 1

8. $2 < a < 6$

9. $5 < k < 7$

10. 1.2 m/s

11. -20 m/s

12. $f(x) = 3x^2 + 12x + 7$, $a = 2$

13. 22

14.

1 함수 $f(x) + g(x)$ 는 함수 $f(x) - g(x)$ 보다 차수가 1만큼 크므로 $g(x)$ 는 삼차함수이고 x^3 의 계수는 4이다.

2 $g(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 상수)라고 하면 $f(x) + g(x)$

$$= 8x^3 + (a+9)x^2 + (b-8)x + c + 1 \quad \dots\dots ①$$

또 $f(x) - g(x) = (9-a)x^2 - (8+b)x + 1 - c$ 이므로

$$\int \{f(x) - g(x)\} dx$$

$$= \frac{1}{3}(9-a)x^3 - \frac{1}{2}(8+b)x^2 + (1-c)x + C$$

$\dots\dots ②$

이때 ①, ②에서

$$8 = \frac{1}{3}(9-a), \quad a+9 = -\frac{1}{2}(8+b), \quad b-8 = 1-c$$

따라서 $a = -15$, $b = 4$, $c = 5$ 이므로

$$g(x) = 4x^3 - 15x^2 + 4x + 5$$

3 ㉠ [문제] $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x + 3$, 함수

$f(x) + g(x)$ 는 함수 $f(x) - 2g(x)$ 의 부정적분 중 하나로 바꾼다.

[답] $g(x) = 2x^3 - 12x^2 + 19x - 9$

15. 풀이 참조

16. 풀이 참조

17. $-\frac{2}{3}$

18. ④ 36

19. 10m

20. 102

21. ② $\frac{13}{2}$

22. $\frac{17}{4}$