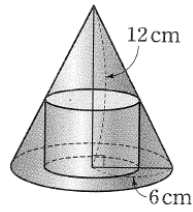


교과서로
내신을 보다.

—— 신사고편 수학2 ——

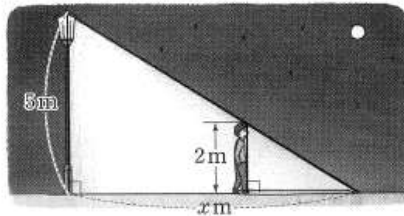
1.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 cm이고 높이가 12 cm인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피의 최댓값을 구하시오.



2.

키가 2 m인 민기가 지면으로부터의 높이가 5 m인 가로등 바로 밑에서 출발하여 일직선으로 초속 2 m로 걷고 있다. 출발한 지 t 초 후의 가로등 바로 밑에서부터 민기의 그림자 끝까지의 거리를 x m라고 하자.



- 1 민기가 출발한 후 t 초 동안 걸어난 거리를 t 에 대한 식으로 나타내어 보자.
- 2 x 를 t 에 대한 식으로 나타내고, 그림자의 끝이 움직이는 속도를 구해 보자.
- 3 가로등에서 멀어질수록 그림자의 끝이 움직이는 속도는 어떻게 될지 2의 결과를 이용하여 설명해 보자.

3.

함수 $f(x) = x^3 + 2ax^2 - ax - 2$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

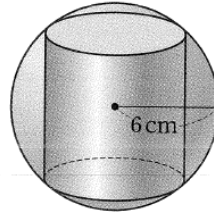
MEMO

4.

함수 $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + b$ 가 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -15 를 가질 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오. (단, $a < 0$)

5.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 구에 원기둥이 내접하고 있다. 이 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 높이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



MEMO

6.

방정식 $x^3+x^2-1=4x^2+a$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

MEMO

7.

두 함수 $f(x)=2x^4+x^3+k$, $g(x)=-2x^4+5x^3$ 에 대하여 부등식 $f(x)\geq g(x)$ 가 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

8.

한 밑면의 둘레의 길이와 높이의 합이 216 cm인 원기둥의 부피가 최대일 때, 이 원기둥의 높이를 구하시오.

9.

점 $(1, k)$ 에서 곡선 $y = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$ 에 서로 다른 세 접선을 그을 수 있을 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

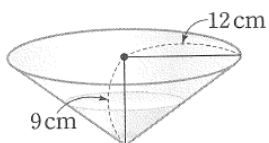
10.

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)|=4$ 의 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

MEMO

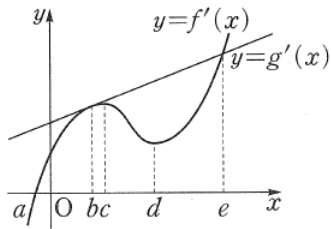
11.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 12 cm, 높이가 9 cm인 원뿔 모양의 그릇이 있다. 매초 1 cm 씩 수면의 높이가 올라가도록 물을 넣을 때, 물을 넣기 시작한 지 6초 후에 그릇에 담긴 물의 부피의 변화율을 구하시오.



12.

사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=g'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. $y=f'(x)$ 와 $y=g'(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표가 b, e 이고, $f'(c)=0, f'(d)=0$ 일 때, 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$ 가 극소일 때의 x 의 값은?



- ① a ② b ③ c
- ④ d ⑤ e

13.

함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x) + a|$ 는 $x = k$ 에서만 미분가능하지 않을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하시오. (단, k 는 상수)

MEMO

14.

$x \geq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 + 3x^2 - 9x - 1 \geq k$ 가 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오.

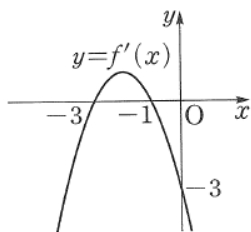
15.

원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 t 에서의 위치 x 가 $x=2t^3-12t^2+18t$ 이다. 점 P가
 $x=a$, $x=b$ 에서 운동 방향을 바꾼다고 할 때, $a+b$ 의
값을 구하시오.

MEMO

16.

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. $f(0)=0$ 일 때, 방정식 $f(x)=k$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



MEMO

17.

다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여

$$f(0)=1, F(x)=xf(x)-2x^3+x^2$$

일 때, 함수 $f(x)$ 를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

18.

함수 $f(x)=2x^3+3x^2-x+1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값을 구하시오.

19.

MEMO

함수 $f(x)$ 가 $f(x) = 3x^2 - 2x + \int_0^2 f(t) dt$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

20.

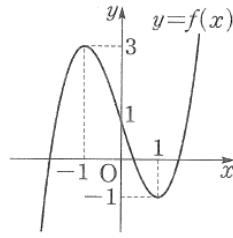
다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x (x-t)f(t) dt = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

21.

삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,
 $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



MEMO

22.

♡ 발전 문제

다항함수 $y=f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x+a$ 이고 다항식 $f(x)$ 가 x^2-4x+3 으로 나누어떨어질 때, $f(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수)

MEMO

23.

함수 $f(x)=x^2+ax+b$ 가

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, a, b 는 상수)

24.

모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $\int_8^9 f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

$$(\heartsuit) \int_0^2 f(x)dx=0$$

$$(\spadesuit) \int_n^{n+3} f(x)dx = \int_n^{n+1} 2x dx \quad (\text{단, } n=0, 1, 2, \dots)$$

25.

함수 $f(a)$ 가 $f(a) = \int_1^3 |x-a|dx$ 이다. 함수 $f(a)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M-m$ 의 값을 구하시오. (단, $1 \leq a \leq 3$)

26.

72 km/h로 달리고 있는 자동차의 운전자가 장애물을 발견하고 1초 만에 브레이크를 밟았다. 이 도로의 마찰 계수가 0.8이라고 할 때, 이 자동차의 정지 거리를 구해 보자.

(단, 중력 가속도는 10 m/s^2 으로 계산한다.)

MEMO

27.

우리나라에서는 제한 속도가 100 km/h인 고속 도로에서 안전거리를 100 m로 유지할 것을 권장하고 있다. 고속 도로의 마찰 계수가 0.8이라고 할 때, 길이가 12 m인 버스에 대하여 이 안전거리를 유지하라는 권장 내용이 타당한지 설명해 보자. (단, 버스 운전자는 장애물을 발견하고 1초 만에 브레이크를 밟는다고 하고, 100 km/h는 28 m/s로, 중력 가속도는 10 m/s^2 으로 계산한다.)

28.

두 곡선 $y = -x^2 - x + a$, $y = x^2 + bx$ 가 모두 점 $(1, 4)$ 를 지날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, a, b 는 상수)

29.

곡선 $y = x^3$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

30.

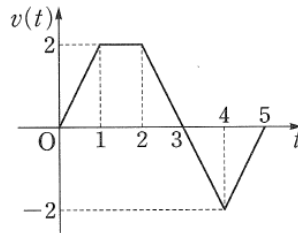
곡선 $y=3x-x^2$ 과 직선 $y=mx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{1}{6}$ 일 때, 상수 m 의 값을 구하시오. (단, $0 < m < 3$)

MEMO

31.

좌표가 1인 점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 출발 후 처음으로 운동 방향을 바꾸는 순간의 점 P의 위치
- (2) 출발 후 5초 동안 점 P가 움직인 거리

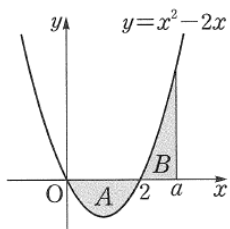


MEMO

32.

▼ 발전 문제

오른쪽 그림과 같이 곡선 $y=x^2-2x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형을 A , 곡선 $y=x^2-2x$ 와 x 축 및 직선 $x=a$ 로 둘러싸인 도형을 B 라고 하자. 두 도형 A, B 의 넓이가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오. (단, $a > 2$)



MEMO

33.

두 곡선 $y=a^2x^2$, $y=-x^2$ 과 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(a)$ 라고 할 때, $\frac{S(a)}{a}$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, $a>0$)

34.

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 출발한 지 t 초 후의 속도 $v_P(t)$, $v_Q(t)$ 가 각각 $v_P(t)=4t$, $v_Q(t)=2t+1$ 이고, 점 P는 원점, 점 Q는 좌표가 6인 점에서 동시에 같은 방향으로 출발한다. 출발한 지 a 초 후에 두 점 P, Q가 만날 때, a 의 값을 구하시오.

35.

정적분 $\int_{-1}^1 |x|(x-1)dx$ 의 값을 구하시오.

MEMO

36.

모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-2}^2 (x-2)f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이다.

(나) $\int_0^2 f(x)dx=5$

37.

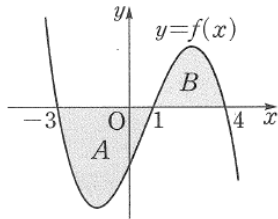
모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
- (나) $\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{4}$
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 일치할 때, $\int_2^7 g(x)dx$ 의 값을 구하시오.

38.

오른쪽 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 각각 A, B 라고 할 때,



$\int_{-3}^4 \{f(x) - 2x\}dx$ 를 $A,$

B 에 대한 식으로 나타내시오.

39.

곡선 $y=x^2+1$ 과 원점에서 이 곡선에 그은 두 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

MEMO

40.

어느 고층 건물에 설치된 엘리베이터가 1층에서 출발하여 멈추지 않고 올라가서 맨 위층에 도착하여 멈추었다고 한다. 이때 t 초 후의 엘리베이터의 속도 $v(t)$ m/s는 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t \leq 5) \\ 20 & (5 \leq t \leq 20) \\ -2t + 60 & (20 \leq t \leq a) \end{cases}$$

이 엘리베이터가 출발한 지 a 초 후에 멈추었을 때, 출발한 후 멈출 때까지 엘리베이터가 움직인 거리를 구하시오.

41.

곡선 $y=x^2+2x$ 와 직선 $y=ax$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 x 축에 의하여 이등분될 때, $(a-2)^3$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, a 는 상수)

MEMO

42.

지면으로부터 98 m의 높이에서 39.2 m/s의 속도로 지면과 수직으로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 속도 $v(t)$ m/s가 $v(t) = 39.2 - 9.8t$ ($0 \leq t \leq 10$)일 때, 이 물체가 지면에 떨어질 때까지 움직인 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

MEMO

정답 및 해설

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.

21.

22.

23.

24.

25.

26.

27.

28.

29.

30.

31.

32.

33.

34.

35.

36.

37.

38.

39.

40.

41.

42.