



진명여고 기말고사 대비

수2 Final Lecture

● Introduction ●



채 영 재

서울대학교 사범대학 졸업

백인대장 목동 본원 강사

이 자료와 강의를 만들기까지 들었던 혼(魂)과 열정(熱情),
그리고 노력(努力)의 십분의 일만큼이라도
당신의 시간을 쏟아 붓길 당부드립니다.

It ain't over till it's over. -Yogi Berra-

1973년 그가 뉴욕메츠의 감독으로 있던 시절, 팀은 1위 시카고컵스와 9.5게임 차이로 하위를 달리고 있을 때 그가 한 말입니다. 그 후 그는 정말 끝날 때까지는 끝난 게 아님을 직접 증명했고, 그 결과 뉴욕메츠는 동부리그 우승을 차지했습니다. 끝날 때까지는 끝난 게 아닙니다. 끝까지 가봐야 어떻게 끝이 나는지 알 수 있습니다. 포기하지 마십시오. 승세가 기울어 누구나 포기할 법한 상황이라도 끝까지 포기하지 않고 물고 늘어지면 또 그 결과가 어떻게 바뀔지는 아무도 모르는 것입니다. 당장 내일이 시험인데 해놓은 것도 없고 그래서 시험을 망칠까봐 불안하더라도 오늘 하루 열심히 달려가면 내일 시험을 못보라는 법이 없지 않겠습니까? 정해진 건 아무것도 없습니다. 이제 증명은 요기 베라의 것이 아니라 우리의 몫으로 남아 있습니다. 진명여고 친구들 모두 화이팅!

1. 함수 $f(x) = x(x^2 + ax + b)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- (나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만난다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고, $f'(0) \neq 0$ 이다.)

2. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)+f(-x)=0$ 을 만족시킨다. 방정식 $|f(x)|=4\sqrt{2}$ 의 실근의 개수가 4일 때, $f(-3)$ 의 값을 구하면?

- ① -18 ② -9 ③ 0
④ 9 ⑤ 18

3. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

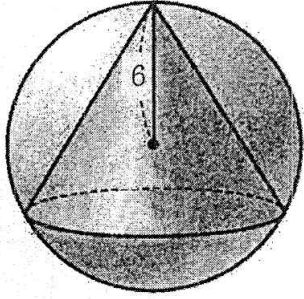
- (가) 어떤 실수 a 에 대하여 함수 $|f(x) - a|$ 가 $x = k$ 에서 미분가능하지 않도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.
(나) 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(4)$ 이다.

닫힌 구간 $[1, 3]$ 에서의 함수 $f(x)$ 가 최소가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[최대/최소의 활용]

4. 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 구에 내접하는 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피 V 가 최대일 때, 원뿔의 높이를 구하시오. (단, 원뿔의 높이를 h 라고 할 때, $6 < h < 12$ 이다.)



[방정식의 활용]

5. x 에 대한 방정식 $x^4 - 4x^2 - nx + 32 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

6. 좌표평면 위의 점 $(0, t)$ 를 지나고 곡선

$$y = x^3 - ax^2 + 3x - 5 \quad (a \text{ 는 자연수})$$

에 접하는 서로 다른 모든 직선의 개수를 $f(t)$ 라 할 때,
함수 $f(t)$ 에 대하여 합성함수 $g(t) = (f \circ f)(t)$ 라 하자.
다음 조건을 만족시키는 a 의 최솟값을 m 을 구하시오.

- (가) 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) > 1$ 이다.
- (나) 함수 $g(t)$ 의 치역의 원소의 개수는 1 이다.

7. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $-x^{n+1} + (n+1)x + 3 \leq k$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값이 9일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

8. 수직선 위를 움직이는 물체 P의 위치는 시각 t (초)에

대한 함수 $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - (a+4)t^2 - (3a^2 - 24a)t$ 로

나타내어진다. 물체 P가 원점을 출발한 후 1초가 지난 후부터 움직이는 방향을 바꾸는 순간이 두 번 존재하도록 하는 자연수 a 의 값의 합을 구하시오.

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$f'(x) + f'(-x) = 0$ 를 만족시킨다. $\int_0^2 f(x)dx = 5$ 일 때,

$\int_{-2}^0 (x+3)f(x)dx + \int_0^2 (x+4)f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

10. $0 \leq k \leq 1$ 일 때, $\int_0^1 (x+k)|x-k|dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 상수 k 의 값을 α , 그 때의 최솟값을 m 이라 할 때, $24 \times (\alpha + m)$ 의 값은?

- ① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

[정적분으로 정의된 함수(구간이 상수)]

11. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 3x^2 + \int_0^2 (2x-1)f(t)dt$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(t)dt$ 의 값을 구하시오.

[정적분으로 정의된 함수(구간이 변수)]

12. 최고차항의 계수가 5인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 10$

(나) 실수 전체의 집합에서 연속인 어떤 함수 $g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 3 + \int_1^x (x-2+t)g(t)dt \text{이다.}$$

$f(2)$ 의 값은?

- ① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

13. 함수 $f(x) = 2x^5 - 5x^3 + 8x$ 에 대하여,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2x} \int_0^x (x+t+2)f'(t)dt$ 의 값은?

- ① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

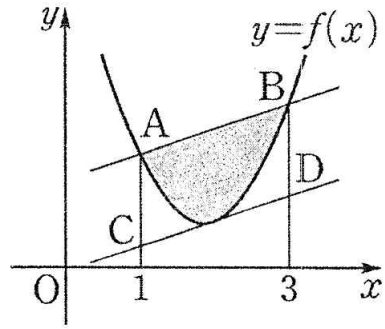
14. 삼차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0, F(0) = 0$

(나) x 에 대한 방정식 $F(x) = 3, F(x) = 5$ 의 서로 다른 실근의 개수는 각각 3이다.

$F(k) = 11$ 인 양수 k 에 대하여 $\int_0^k |f(x)| dx$ 가 될 수 있는 값의 합을 구하시오.

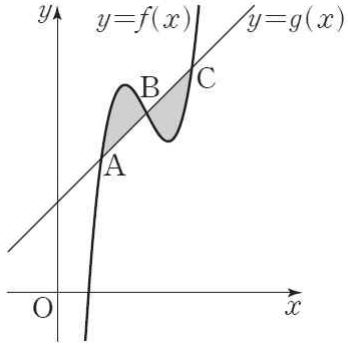
15. 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위에 두 점 $A(1, f(1)), B(3, f(3))$ 이 있다. 이 곡선에 접하는 직선 AB와 평행한 직선이 두 직선 $x = 1, x = 3$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 평행사변형 ABCD의 넓이가 6일 때, 함수 $y = f(x)$ 와 점 A에서의 접선과 점 B에서의 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같이 세 점 A(1, 3), B, C(3, 5)에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 서로 같을 때,

$\int_1^3 |2f(x)|dx$ 의 값을 구하면?



- ① 8 ② 12 ③ 16
- ④ 20 ⑤ 24

- 17.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) < f(1)$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x) = f(1-x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(|x|) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3일 때, $\int_0^1 \{f(x) - 1\} dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수)

18. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 6$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 및 직선 $y = -x - 6$ 으로 둘러싸인
부분의 넓이는?

① $\frac{99}{2}$

② 50

③ $\frac{101}{2}$

④ 51

⑤ $\frac{103}{2}$

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- | |
|---|
| (가) 구간 $[0, 4)$ 에서 $f(x) = ax(x-3)^2$ 이다. (나) $x \geq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-4) + 2$ 이다. (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다. |
|---|

곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -10$, $x = 10$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[속도와 위치]

20. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 $t(0 \leq t \leq 6)$ 에서의 속도가 각각 $2t^2 - 8t$, $t^3 - 7t^2 + 10t$ 이다. 두 점 P, Q사이의 거리는 $t = \alpha$ 일 때, 최댓값 β 이다. $\alpha + 4\beta$ 의 값을 구하시오.

[정답]

1. 20

2. ②

3. ④

4. 8

5. 17

6. 7

7. 6

8. 19

9. 35

10. ①

11. -8

12. ④

13. ⑤

14. 26

15. ②

16. ③

17. 23

18. ①

19. 54

20. 84

