

교과서로
내신을 보다.

—— 천재(이) 수학2 ——

[p90 소단원 확인문제 역량 키우기 5번]

MEMO

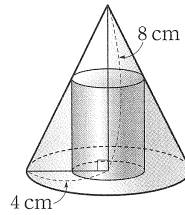
1. 어느 지역의 기온을 측정하기 시작하여 x 시간이 지난 후의 기온 $f(x)$ °C는

$$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 3x^2 + 6 \quad (0 \leq x \leq 5)$$

이라고 한다. 기온이 증가하다가 감소하기 시작하는 순간의 x 값을 구해 보자.

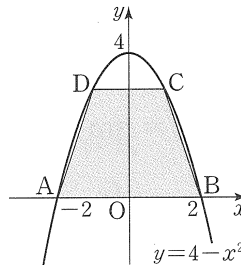
[p93 문제 3번]

2. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm 이고, 높이가 8cm 인 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피의 최댓값을 구하시오.



[p97 소단원 확인문제 역량 키우기 6번]

3. 두 점 $A(-2,0)$, $B(2,0)$ 에서 x 축과 만나는 곡선 $y = 4 - x^2$ 이 있다. 오른쪽 그림과 같이 이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 부분에 내접하는 사다리꼴 ABCD의 넓이의 최댓값을 다음 단계에 따라 구해보자.



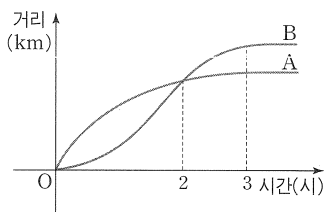
(1) 점 C의 x 좌표를 t 라 하고, 선분 CD의 길이를 t 에 대한 식으로 나타내 보자.

(2) 사다리꼴 ABCD의 넓이 $S(t)$ 를 구해보자.

(3) 사다리꼴 ABCD의 넓이의 최댓값을 구해보자.

[p102 소단원 확인문제 역량 키우기 3번]

4. 다음은 오른쪽 그림은 두 자동차 A, B가 같은 지점에서 동시에 출발하여 달린 거리를 시간에 따라 나타낸 것이다. 다음 물음에 답해 보자.



- (1) 두 자동차 중에서 출발한 후 3시간 동안의 평균 속도가 더 큰 것을 말해 보자.
- (2) 두 자동차 중에서 출발한 시점부터 2시간이 되는 순간에 속도가 더 큰 것을 말해 보자.

[p105 중단원 연습문제 10번]

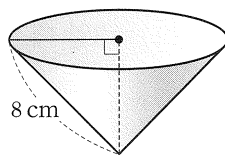
5. 모든 실수 x 에 대해서 부등식

$$x^4 - 4k^3x + 27 > 0$$

이 성립하기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

[p105 중단원 연습문제 12번]

6. 반지름의 길이가 8cm 인 부채꼴 모양의 종이로 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇을 만들려고 한다. 그릇의 용량을 최대로 할 때, 이 그릇의 높이를 구하시오.



[p107 대단원 종합문제 10번]

MEMO

7. 실수 전체의 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 3ax + 2$ 가 극댓값과 극솟값 모두 갖기

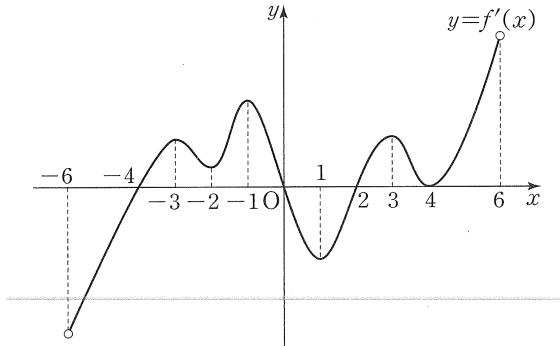
위한 양의 정수 a 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[p107 대단원 종합문제 11번]

8. 열린구간 $(-6, 6)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은?



< 보 기 >

ㄱ. $t = 3$ 일 때의 점 P의 위치는 4이다.
 ㄴ. 2초일 때와 6초일 때의 점 P의 위치는 같다.
 ㄷ. 7초 동안 점 P가 실제로 움직인 거리는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[p107 대단원 종합문제 12번]

9. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 열린구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 상수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[p107 대단원 종합문제 15번]

10. 두 함수 $f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x$, $g(x) = 3x^3 + 4x^2 - x + a$ 가 모든 실수 x 에 대해서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 를 만족할 때, 상수 a 의 최댓값은?

- ① - 25 ② - 24 ③ - 23
 ④ - 22 ⑤ - 21

MEMO

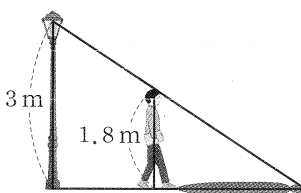
[p108 대단원 종합문제 16번]

11. 밑면의 반지름의 길이와 높이의 합이 10인 원기둥의 부피가 최대일 때, 밑면의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$
 ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ $\frac{26}{3}$

[p108 대단원 종합문제 17번]

12. 다음 물음에 답해보자. 키가 $1.8m$ 인 학생이
 높이가 $3m$ 인 가로등의 바로 아래에서
 출발하여 일직선으로 $1.4m/s$ 의 속도로
 걸어가고 있다. 이 때, 이 학생의 그림자의 앞
 끝이 움직이는 속도는?



- ① $1.5m/s$ ② $2m/s$ ③ $2.5m/s$
 ④ $3m/s$ ⑤ $3.5m/s$

MEMO

13. 다음 조건을 만족하는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의 최댓값은?

< 보 기 >

(가) 함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = 0$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (다) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌구간 $[4, 6]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

14. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$x_1(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t + \frac{1}{3}, x_2(t) = 2t^2 - 10$ 이다.

두 점 P, Q가 각각 좌표가 $\frac{1}{3}, -10$ 인 점을 동시에 출발한 후 속도가 같아지는 순간의 두 점 P, Q사이의 거리를 구하시오.

15. 함수 $f(x) = \int_0^x (1-t)(1+t) dt$ 의 극값을 구하시오.

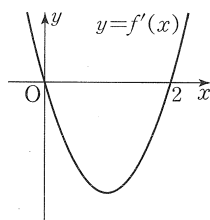
[p130 중단원 연습문제 10번]

MEMO

16. 정적분 $\int_{-2}^3 |x^2 - 2x| dx$ 의 값을 구하시오.

[p130 중단원 연습문제 도약하기 11번]

17. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 0, 극댓값이 4일 때, 함수 $f(x)$ 를 구하시오.



[p130 중단원 연습문제 도약하기 12번]

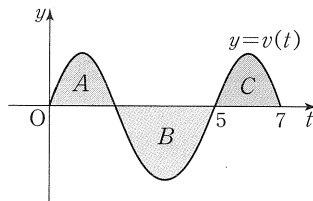
18. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-1}^x (x-t)f(t) dt = x^3 + ax - 2$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값과 함수 $f(x)$ 를 각각 구하시오.

[p144 소단원 확인문제 3번]

19. 직선 궤도를 a m/s의 속도로 달리고 있는 기차가 제동이 걸린 시점에서로부터 t 초 후의 속도 $v(t)$ m/s는 $v(t) = a - 10t$ ($0 \leq t \leq 5$)라고 한다. 이 기차가 제동이 걸린 후부터 정지할 때까지 달린 거리가 125 m일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[p144 소단원 확인문제 4번]

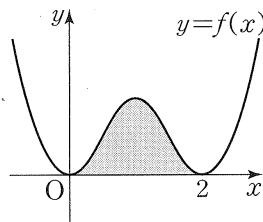
20. 수직선 위를 움직이는 어떤 물체가 시각 $t = 0$ 에서 출발하여 시각 $t = 7$ 일 때 출발점으로 다시 돌아온다. 이 물체의 속도 $y = v(t)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, $y = v(t)$ 의 그래프와 t 축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이가 각각 A, B, C 이다. $\int_0^5 v(t)dt = -2$ 일 때, 다음 물음에 답해 보자.



- (1) $A - B$ 의 값을 구해 보자.
- (2) C 의 값을 구해 보자.

[p147 중단원 연습문제 7번]

21. 오른쪽 그림과 같이 사차함수 $f(x)$ 의 그래프가 원점과 점 $(2, 0)$ 에서 x 축과 접한다. 이 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{4}{5}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 를 구하시오.



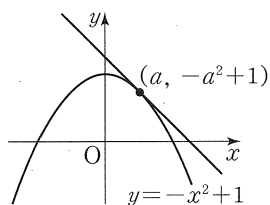
[p147 중단원 연습문제 8번]

MEMO

22. 원점에서 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 속도가 각각 $v_P(t) = 2t^2 - 4t + 6$, $v_Q(t) = -t^2 + 2t + 10$ 이다. 두 점 P, Q가 출발한 후 다시 만나는 시간을 구하시오.

[p147 중단원 연습문제 도약하기 10번]

23. 곡선 $y = -x^2 + 1$ 과, 이 곡선 위의 임의의 점 $(a, -a^2 + 1)$ 에서의 접선 및 두 직선 $x = 0$, $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값을 구하시오.



[p147 중단원 연습문제 도약하기 11번]

24. 직선 궤도를 달리는 고속 열차가 출발한 후 3 km를 달리는 동안은 시간 t 분에서의 속도 $v(t)$ km/min가
- $$v(t) = \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{2}t$$
- 이고, 그 이후로는 속도가 일정하다고 할 때, 출발한 후 5분동안 이 열차가 달린 거리를 구하시오.

[p149 대단원 종합문제 10번]

MEMO

25. 함수 $F(x)$ 가 함수 $f(x) = 3x^2 - x - 1$ 의 부정적분 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x^2 - 4}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{9}{4}$
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ $\frac{11}{4}$
- ④ 3
- ⑤ $\frac{13}{4}$

[p149 대단원 종합문제 12번]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수에 대하여

$$(x+1)f(x) = (x+1)^2 + \int_1^x f(t) dt$$

를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

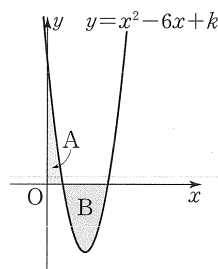
[p150 대단원 종합문제 16번]

27. 오른쪽 그림과 같은 함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프에서

A와 B 부분의 넓이의 비가 1 : 2일 때,

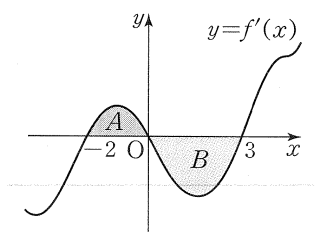
상수 k 의 값은? (단, $0 < k < 9$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8



[p150 대단원 종합문제 19번]

28. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 A, B 라고 하면 $A = 4, B = 9$ 이다.
 $f(3) = 6$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은?



- ① 11 ② 12
④ 14 ⑤ 15

③ 13

[p150 대단원 종합문제 20번]

29. 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x) = \int_x^{x+1} (t^3 - t) dt$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[p150 대단원 종합문제 21번]

30. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = xf(x) - 2x^3 + 3x^2$$

을 만족할 때, 다음 <보기>중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

————— < 보 기 > —————

- ㄱ. $f(0) = 2$
ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 1이다.
ㄷ. 함수 $xf(x)$ 는 극댓값과 극솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^2 - 1 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족할 때, $f(x)$ 를 구하시오.

32. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, 정적분 $\int_{-3}^3 (x+4)f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

〈 조건 〉

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

$$(나) \int_0^3 f(x) dx = 3$$

정답 및 해설

1. 2

2. $\frac{512}{27}\pi$

3. $2t / S(t) = -(t+2)^2(t-2) / \frac{256}{27}$

4. B / B

5. $-\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$

6. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

7. ③

8. ⑤

9. ④

10. ②

11. ③

12. ⑤

13. ⑤

14. 23

15. 극댓값: $\frac{2}{3}$ / 극솟값: $-\frac{2}{3}$

16. $\frac{28}{3}$

17. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

18. $a = -3, f(x) = 6x$

19. 50

20. $-2 / 2$

21. $f(x) = \frac{3}{4}x^2(x-2)^2$

22. 4

23. $\frac{1}{12}$

24. 18

25. ①

26. ③

27. ③

28. ①

29. ②

30. ④

31. $f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 1$

32. 24