

### 유형 01 집합의 뜻과 표현

대표기출

1. 집합  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, 2\}$ 이다. 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단,  $\emptyset$ 는 공집합)

< 보기 >	
ㄱ. $\emptyset \in A$	ㄴ. $\{\emptyset\} \subset A$
ㄷ. $\{\{\emptyset\}\} \subset A$	ㄹ. $\{1, 2\} \in A$
ㅁ. $\{1, 2\} \subset A$	

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

Note

2. 집합  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, a, \{b, c\}\}$ 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단,  $\emptyset$ 는 공집합)

< 보기 >	
ㄱ. $\emptyset \in A$	ㄴ. $a \in A$
ㄷ. $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset A$	ㄹ. $\{a, b\} \in A$
ㅁ. $\{b, c\} \in A$	ㅂ. $\emptyset \subset A$

- ① 1개                      ② 2개                      ③ 3개  
 ④ 4개                      ⑤ 5개

3. 다음 중 집합인 것은?

- ① 큰 자연수의 모임  
 ② 유명한 사람의 모임  
 ③ 예쁜 꽃들의 모임  
 ④ 1보다 작은 자연수의 모임  
 ⑤ 높은 산의 모임

4. 다음 <보기> 중에서 옳은 것의 개수는? (단,  $\emptyset$  는 공집합)

< 보 기 >

㉠.  $\{a\} \in \{a, b\}$   
 ㉡.  $1 \subset \{1, 2, 3\}$   
 ㉢.  $A \subset A$   
 ㉣.  $\emptyset \subset \{0\}$

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

5. 두 집합  $A, B$ 가

$$A = \{4, 5, 6, 7\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$$

일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $6 \in A$                       ②  $\emptyset \subset A$                       ③  $A \cap B = \{4, 6\}$   
 ④  $5 \in B$                       ⑤  $3 \notin (A \cup B)$

6. 두 집합  $A, B$ 에 대하여

$$A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 50 \text{ 보다 작은 자연수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } (25 - x) \in A \text{인 자연수}\}$$

일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $0 \in B$   
 ②  $n(B) = 24$   
 ③  $23 \in B$   
 ④  $n(A) = n(B)$   
 ⑤  $a \in A$ 이면  $(a - 25) \in B$ 이다.

7.  $n$  이 자연수일 때, 집합  $A_n$  을 다음과 같이 정의한다.

$$A_1 = \emptyset, A_{n+1} = A_n \cup \{A_n\}$$

예를 들어  $A_2 = \{\emptyset\}$ ,  $A_3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $\emptyset$  는 공집합)

< 보 기 >

㉠.  $A_4 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
 ㉡.  $A_n \in A_{n+1}$   
 ㉢.  $A_n \subset A_{n+1}$   
 ㉣.  $A_n = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}\}$

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉡, ㉢  
 ④ ㉠, ㉡, ㉣                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

유형 02 집합 사이의 포함관계

대표기출

8. 두 집합  $A = \{x \mid -5 \leq x < -3k\}$ ,  
 $B = \{x \mid k \leq x \leq 6\}$ 에 대하여  $B \subset A$ 가 성립할 때,  $k$ 의  
 값의 범위는?

- ①  $-5 < k < 2$                       ②  $-5 < k \leq -2$
- ③  $-5 \leq k \leq -2$                 ④  $-5 \leq k < -2$
- ⑤  $k < -5, k \geq -2$

Note



9. 세 집합  $A, B, C$ 가

$$A = \{0, 1, 2\}$$

$$B = \{x - y \mid x \in A, y \in A\}$$

$$C = \{2x - y \mid x \in A, y \in A\}$$

일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

- ①  $A \subset B \subset C$       ②  $A \subset C \subset B$       ③  $B \subset A \subset C$
- ④  $C \subset B \subset A$       ⑤  $C \subset A \subset B$

10. 두 집합  $A = \{3, a - 1\}$ ,

$B = \{a + 1, 3 - a, 2a + 1\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 일 때, 상수  
 $a$ 의 값은?

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3
- ④ 4                                      ⑤ 5

11.  $x > y > 0$ 을 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여 두 집합  $A, B$ 가  $A = \{10, xy\}, B = \{-3, 3, x^2 + y^2\}$ 이다.  $A - B = \emptyset$ 가 성립할 때,  $x + 2y$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

12. 실수  $x, y$ 에 대하여

$$A = \{2, 4, 2y^3 - y^2 - 5y + 1\}, B = \{3, y^2 + xy + x\}$$

라고 할 때,  $2 \in B$ 이면서  $B \subset A$ 를 만족하는  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수는?

- ① 0개                      ② 1개                      ③ 2개  
④ 3개                      ⑤ 5개

13. 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x^2 - (a^2 - 1)x + a(a - 1)^2 \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + (2a - 7)x + (a - 2)(a - 5) < 0\}$$

이 서로소가 되도록 하는 15이하의 정수  $a$ 의 값의 개수는?

- ① 15                      ② 16                      ③ 17  
④ 18                      ⑤ 19

14. 두 집합  $A = \{a, 2\}, B = \{b, b^2\}$ 에 대하여

$A \subset B$ 이고  $B \subset A$ 일 때, 정수  $a, b$ 의 값의 합  $a + b$ 의 값은?

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

유형 03 부분집합의 개수

대표기출

15. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 집합  $A$ 의 부분집합 중 2와 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.
  
- (2) 집합  $A$ 의 부분집합 중 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.
  
- (3) 집합  $A$ 의 부분집합 중 짝수를 적어도 2개 포함하는 부분집합에 대하여 짝수 중 최대인 수와 최소인 수를 합한 값을  $s$ 라 한다. 모든  $s$ 의 값의 합을 구하는 과정을 서술하고 그 값을 구하시오.  
(예를 들면 짝수를 3개 포함하고 있는 부분집합  $\{2, 3, 4, 6\}$ 에 대한  $s$ 의 값은  $s = 2 + 6 = 8$ 이다.)

Note



16. 집합  $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 소수를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.

17. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 4와 6은 반드시 포함하고 7은 반드시 제외하는 부분집합의 개수를 구하시오.

18. 공집합이 아닌 집합  $A$ 가 다음 조건을 만족할 때, 집합  $A$ 의 개수는?

- (가) 집합  $A$ 는 자연수 집합의 부분집합이다.
- (나)  $x \in A$ 이면  $\frac{36}{x} \in A$

- ① 5
- ② 7
- ③ 9
- ④ 15
- ⑤ 31

**19.** 자연수의 부분집합  $S$ 가

$S = \{x | x \in S \text{이면 } 6 - x \in S\}$  를 만족한다.  $S$ 의 진부분집합의 개수가 7개일 때,  $S$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 7                      ② 9                      ③ 12  
 ④ 15                     ⑤ 21

**20.** 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때,  $n(A \cap B) = 3$ 을 만족시키는 집합  $B$ 의 개수는?

- ① 4                      ② 8                      ③ 12  
 ④ 16                    ⑤ 20

**21.** 전체집합  $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 에 대하여  $\{a, b, c, d\} \cap X = \{a, c, e\} \cap X$ 를 만족하는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수는?

- ① 4                      ② 8                      ③ 16  
 ④ 32                    ⑤ 64

**22.** 집합  $X = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ 의 원소  $n$ 에 대하여  $X$ 의 부분집합 중  $n$ 을 최소의 원소로 갖는 모든 집합의 개수를  $f(n)$ ,  $n$ 을 최대의 원소로 갖는 모든 집합의 개수를  $g(n)$ 이라 하자. 집합  $T$ 를

$$T = \{(m, n) | f(m) = g(n), m, n \text{은 자연수}\}$$

라 할 때,  $m + n$ 의 값은?

- ① 10                    ② 11                    ③ 12  
 ④ 13                    ⑤ 14

**23.** 집합  $S = \{a, b, c\}$ 의 부분집합을 원소로 갖는 집합  $X$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가)  $A \in X$ 이면  $S - A \in X$   
 (나)  $A \in X, B \in X$ 이면  $A \cup B \in X$

(1) 집합  $X$ 의 개수를 구하시오. (단,  $X \neq \emptyset$ )

(2) 집합  $X$  중 원소의 개수가 가장 많은 것을 구하시오.

유형 04 집합의 연산 (합집합, 교집합, 차집합)

대표기출

24. 두 집합

$A = \{x^2 + x, 3\}$ ,  $B = \{x^2 + 2x, 2, 6\}$ 에 대하여  $A \cap B = A$ 를 만족하는 모든 실수  $x$ 의 값의 합은?

- ① -4                      ② -2                      ③ 1
- ④ 3                        ⑤ 5

Note

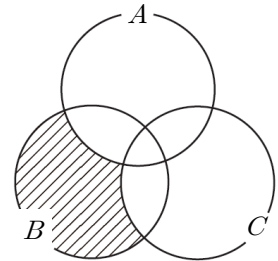


25. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ①  $(A^C)^C = A^C$                       ②  $n(\emptyset) = 1$
- ③  $A \cup A^C = \emptyset$                       ④  $A^C \cap B = A - B$
- ⑤  $(A \cap B) \cup A = A$

26. 오른쪽 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

- ①  $A - (B \cap C)$
- ②  $A - (B \cup C)$
- ③  $B - (A \cap C)$
- ④  $B - (A \cup C)$
- ⑤  $C - (A \cap C)$



27. 자연수 전체집합의 두 부분집합  $A, B$ 가

$$A = \{x \mid x \text{ 는 } 6^3 \text{ 의 약수}\}$$

$$B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$$

일 때, 집합  $A \cap B$ 의 원소의 합은?

- ① 50                      ② 52                      ③ 56  
 ④ 60                      ⑤ 62

28. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합

$A \cup (A^c \cap B)$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 5                        ② 7                        ③ 10  
 ④ 14                      ⑤ 15

29. 두 집합  $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,

$B = \{x \mid x^2 + ax + b < 0\}$ 에 대하여  $A \cap B = \emptyset$ ,

$A \cup B = \{x \mid 1 \leq x < 5\}$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 3                        ② 4                        ③ 5  
 ④ 6                        ⑤ 7

30. 실수  $a$ 에 대하여 두 집합  $A = \{0, 2, a^2 - 1\}$ ,

$B = \{a + 3, a + 4, a + 5\}$ 의 교집합이  $A \cap B = \{2, 3\}$ 일

때,  $a$ 의 값은?

- ① 1                        ② 2                        ③ 3  
 ④ -1                      ⑤ -2



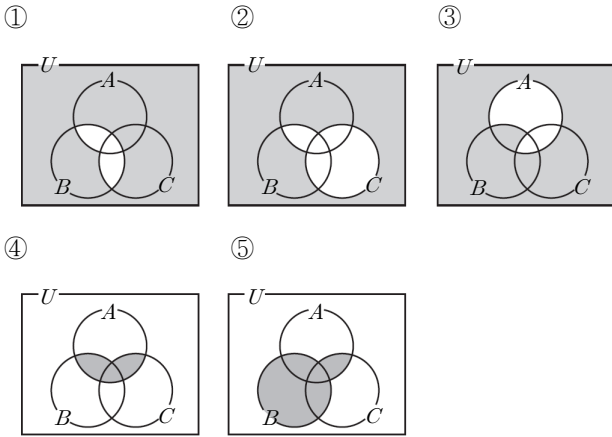
유형 05 집합의 연산 (집합의 연산법칙)

대표기출

31. 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 집합

$$(A^c \cup B) - (A \cap C)$$

을 벤 다이어그램으로 올바르게 나타낸 것은?



Note

32. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A - [(B^c - A) \cup (A - B)] = \emptyset$ 가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은? (단,  $\emptyset$ 는 공집합이다.)

- ①  $A \subset B$                       ②  $B \subset A$                       ③  $A = B$
- ④  $A \cup B = U$                     ⑤  $A \cap B = \emptyset$

33. 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 다음 중  $(A - B) \cup (A - C^c)$ 과 같은 것은?

- ①  $A - (B \cap C)$                     ②  $A - (B - C)$                     ③  $A - (C - B)$
- ④  $(A - B) - C$                     ⑤  $(B \cap C) - A$

**34.** 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $\{A \cup (B \cap B^c)\} \cap \{A \cap (A \cap B)^c\} = \emptyset$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $A \subset B$                       ②  $B \subset A$                       ③  $A^c = B$   
 ④  $A \cap B$                       ⑤  $A = B^c$

**35.** 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

ㄱ.  $(A - B) - C = A - (B \cup C)$   
 ㄴ.  $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$   
 ㄷ.  $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (C - B)$

- ① ㄱ                                  ② ㄴ                                  ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**36.** 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

ㄱ.  $A - B^c = A \cap B$   
 ㄴ.  $(A - B) - C = A - (B \cup C)$   
 ㄷ.  $\{A \cap (B - A)^c\} \cup \{(B - A) \cap A\} = A$

- ① ㄱ                                  ② ㄷ                                  ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**37.** 다음은 전체집합  $U$ 의 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

가 성립함을 증명하는 과정이다.

— < 증 명 > —

(좌 변) =  $(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$   
 $= [(A \cap B^c) \cup B] \cap [(A \cap B^c) \cup A^c]$   
 $= (A \cup B) \cap (B^c \cup A^c)$   
 $= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$   
 $= (A \cup B) - (A \cap B) = (\text{우 변})$

$U$ 의 부분집합  $X, Y, Z$ 에 대하여 다음 중 위의 증명에서 사용되지 않은 성질을 고르면?

- ①  $X \cap X^c = \emptyset$   
 ②  $X \cup X^c = U$   
 ③  $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$   
 ④  $X - Y = X \cap Y^c$   
 ⑤  $(X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c$

유형 06 집합의 연산 (대칭차집합)

대표기출

38. 자연수  $n$ 에 대하여 두 집합

$$A_n = \{x \mid n^2 + 3n + 2 \leq x \leq n^2 + 3n + 6\}$$

$$B_n = \{x \mid 2n^2 + 2 \leq x \leq 2n^2 + 5\}$$

가 있다. 연산  $\Delta$ 을

$A_n \Delta B_n = (A_n \cup B_n) - (A_n \cap B_n)$ 으로 정의하고, 집합

$A_n \Delta B_n$ 의 원소 중 최댓값을  $f(n)$ 이라 할 때,

$f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값은?

- ① 24                      ② 30                      ③ 38
- ④ 42                      ⑤ 50

Note



39. 임의의 두 집합  $A, B$ 에 대하여

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 으로 정의하자. 이때,

$A \Delta (\complement A) = (\complement A) \Delta A = A, A \Delta (\complement B) = (\complement B) \Delta A = \emptyset$ 를

만족시키는 집합  $\complement A$ 와  $\complement B$ 에 대한 내용 중 옳은 것은?

(단,  $U, \emptyset$ 은 각각 전체집합과 공집합을 나타낸다.)

- ①  $\complement A \cap \complement B = A$       ②  $\complement A \cup \complement B = A$       ③  $\complement A \cup \complement B = U$
- ④  $\complement A \cap \complement B = B$       ⑤  $\complement A \cup \complement B = \emptyset$

40. 전체집합  $U$ 의 임의의 두 부분집합  $a, b$ 에 대하여 연산

$\Delta$ 를  $A \Delta B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 로 정의한다.

$A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}, B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\},$

$C = \{x \mid -2 < x < 2\}$ 의 세 집합에 대하여 다음 중

$(A \Delta B) \Delta C$ 의 원소인 것은?

- ① -1                      ② 0                      ③ 1
- ④ 2                      ⑤ 3

**41.** 두 집합  $X, Y$ 에 대하여 연산  $\odot$ 를

$$X \odot Y = (X - Y) \cup (Y - X)$$

라 하자. 세 집합  $A, B, C$ 가

$$n(A \cup B \cup C) = 55,$$

$$n(A \odot B) = 26, n(B \odot C) = 28, n(C \odot A) = 22$$

를 만족시킬 때,  $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하시오.

**42.** 전체집합이 자연수 전체의 집합일 때, 집합  $X, Y$ 에 대하여  $X \diamond Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 라 하자.

집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고  $A \diamond B = \emptyset$ 일 때,  $B$ 의 진부분집합 개수는?

- ① 63                      ② 31                      ③ 15  
④ 7                        ⑤ 3

**43.** 집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $X, Y$ 가 다음의 조건을 만족한다.

$$\{1, 2\} \subset X, n(X) = 4, \{3, 4\} \subset Y, n(Y) = 5$$

이며, 두 집합  $X, Y$ 에 대하여 연산  $\triangle$ 를

$X \triangle Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 로 정의한다. 집합  $(X \triangle Y)$ 의 원소의 개수의 최댓값을  $p$ , 최솟값을  $q$ 라 할 때,  $5p + 3q$ 의 값은?

- ① 5                              ② 13                              ③ 18  
④ 21                              ⑤ 26

**유형 07** 집합의 연산을 이용한 부분집합의 개수

대표기출

**44.** 두 집합  $A = \{1, 2, 4, 6\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음을 모두 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는?

(가)  $A \cap X = X$   
 (나)  $(A - B) \cup X = X$

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

Note

**45.** 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$$

에 대하여 집합  $X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$$

(1) 세 집합  $A$ ,  $A - B$ ,  $X$  간의 포함관계를 구하시오.

(2) 가능한 집합  $X$ 를 모두 구하시오.

**46.** 두 집합

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여  $B \cap X = X$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$ ,  $X \neq B$ 를 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는?

- ① 19                      ② 18                      ③ 17  
 ④ 16                      ⑤ 15

**47.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합  $A, B, X$ 에 대하여  $A = \{1, 2, 4, 6, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 6\}$ 일 때, 다음을 모두 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는?

$$\begin{aligned} \text{(가)} & (A \cap B) \subset X \\ \text{(나)} & (A - B) \cup X = X \end{aligned}$$

- ① 2                      ② 4                      ③ 8  
④ 16                     ⑤ 32

**48.** 전체집합  $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 12, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 4, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수는?

$$\begin{aligned} \text{(가)} & (B - A) \cap X = B - A \\ \text{(나)} & (A - B) \cap X = \emptyset \end{aligned}$$

- ① 8                      ② 16                     ③ 32  
④ 64                    ⑤ 128

**49.** 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 두 조건  $A \cup X = A$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하시오.

**50.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여, 다음 조건을 모두 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & A^c \cap B^c = \{6, 7\} \\ \text{(나)} & (B - A)^c \cap \{A \cap (A \cap B)^c\} = \{1, 2\} \end{aligned}$$

이때, 집합  $A$ 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

유형 08 배수의 집합, 약수의 집합의 연산

대표기출

51. 자연수  $n$ 의 양의 배수의 집합을  $A_n$ 이라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $m, n$ 은 자연수)

< 보 기 >

ㄱ.  $A_5 \cap A_7 = \emptyset$   
 ㄴ.  $A_4 \cup A_6 = A_4$   
 ㄷ.  $m, n$ 이 서로소이면  $A_m \cap A_n = A_{mn}$   
 ㄹ.  $m = kn$  ( $k$ 는 양의 정수)이면  $A_m \subset A_n$

- ① ㄱ, ㄴ, ㄹ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ  
 ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ      ⑤ ㄷ, ㄹ

Note



52. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합  $A_k$ 를  $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수, } k \text{는 자연수}\}$ 라 정의할 때, 집합  $A_3 \cap (A_4 \cup A_6)$ 의 원소의 개수를 구하시오.

53. 50 이하의 자연수 중에서 자연수  $k$ 의 배수의 집합을  $A_k$ 로 나타낼 때, 세 집합  $A_2, A_3, A_5$ 에 대하여  $n(A_5 \cap (A_2 \cup A_3))$ 의 값은?

- ① 3                      ② 5                      ③ 7  
 ④ 9                      ⑤ 11

54. 자연수 전체의 집합의 부분집합  $A_k$ 를 자연수  $k$ 의 배수의 집합이라고 할 때,  $A_6 \cap A_8$ 와 같은 집합은?

- ①  $A_2$                       ②  $A_3$                       ③  $A_4$   
 ④  $A_8$                       ⑤  $A_{24}$

55. 집합  $A, B$ 에 대하여 연산  $\triangle$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$$

자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 양의 약수}\}$ 일 때,  
집합  $(A_{15} \triangle A_{20}) \triangle A_{15}$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 42                      ② 43                      ③ 44  
④ 45                      ⑤ 46

56. 자연수 전체의 집합의 부분집합  $A_k$ 를 자연수  $k$ 의 약수의 집합이라고 하자.

$$X \cap A_{12} = X, (A_{12} \cap A_{30}) \cup X = X$$

를 만족시키는 집합  $X$ 의 개수를 구하시오.

57. 집합  $A_n$ 을  $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$

( $n = 1, 2, 3, \dots$ )이라 하자.  $A_n \cap A_2 = A_{2n}$ 이고, 90이  
집합  $A_2 - A_n$ 의 원소가 되도록 하는 100 이하의 자연수  $n$ 의  
최솟값은?

- ① 3                              ② 5                              ③ 7  
④ 9                              ⑤ 11

58. 자연수  $k$ 의 양의 약수의 집합을  $A_k$ 로 나타낼 때,  
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

- ㄱ. 자연수  $l, m$ 에 대하여  $l \leq m$ 이면  
 $n(A_l) \leq n(A_m)$ 이다.  
ㄴ. 자연수  $l, m$ 에 대하여  $A_l \subset A_m$ 이면  $l$ 은  $m$ 의  
약수이다.  
ㄷ. 집합  $A_{72} \cap (A_{60} \cup A_{90})$ 의 원소의 개수는 8이다.

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



유형 09 유한집합의 원소의 개수

대표기출

59. 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여  
 $n(U) = 20, n(A) = 7, n(B) = 10, n(C) = 9,$   
 $n(A \cap B) = n(A \cap C) = 3$ 이다.  $n(B \cup C)$ 의 최댓값을  $M,$   
 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값은? (단,  $n(A)$ 는 집합  
 $A$ 의 원소의 개수)

- ① 27                      ② 29                      ③ 31
- ④ 33                      ⑤ 35

Note



60. 두 집합  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여  
 집합  $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때,  $n(C)$ 의 값은?  
 (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 7                      ⑤ 8

61. 집합  $X = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여  
 $X$ 의 세 부분집합을

$$A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$$

라고 할 때,  $n(A^C \cap B^C \cap C^C)$ 의 값은?  
 (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

- ① 73                      ② 69                      ③ 58
- ④ 42                      ⑤ 34

**62.** 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여  $n(A) = 5, n(B) = 5, n(C) = 10, A \cap B = \emptyset, n(A \cup C) = 13, n(B \cap C) = 1$ 일 때,  $n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?  
(단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

- ① 13                      ② 14                      ③ 15  
④ 16                      ⑤ 17

**63.** 전체집합  $U$ 의 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

(가)  $n(A) = 100, n(B) = 70, n(C) = 80$   
(나)  $n(U) = n(A \cup B \cup C) = 180, n(A \cap B) = 15$

이때,  $n((A \cap C) \cup (B \cap C))$ 의 값을 구하십시오.  
(단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

**64.** 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A - B = \{1, 3\}, A^C \cap (A \cup B) = \{5\}$ 가 성립한다. 집합  $A$ 의 원소의 개수가 최대일 때, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 10                      ② 11                      ③ 12  
④ 14                      ⑤ 15

**65.** 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가)  $A^C \subset B^C$   
(나)  $n(U) = 3 \cdot n(B), n(U - B) = 6, n(A - B) = 2$

이때,  $n(A)$ 의 값은? (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

유형 10 유한집합의 원소의 개수 활용

대표기출

66. 어느 놀이동산 입장객 80명을 대상으로 롤러코스터와 바이킹을 이용한 입장객 수를 조사하였더니 각각 57명과 39명이었다. 롤러코스터와 바이킹을 모두 이용한 입장객 수의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은?

- ① 16                      ② 23                      ③ 39
- ④ 55                      ⑤ 59

Note



67. 학생 수가 35명인 철수네 학급은 지난 주 토요일과 일요일에 봉사활동을 하였다. 토요일에 참여한 학생이 14명, 일요일에 참여한 학생이 11명이었다. 토요일과 일요일 모두 참석하지 않은 학생 수의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은?

- ① 25                      ② 27                      ③ 29
- ④ 31                      ⑤ 33

68. 방과 후 수업으로 수학, 국어, 영어 과목을 신청하는 학생 중 수학, 국어, 영어 과목에 각각 65명, 50명, 30명이 신청하였다. 2과목 이상을 신청한 학생이 55명이고, 3개 과목을 신청한 학생은 10명이다. 1개 과목만 신청한 학생 수는?

- ① 5                      ② 10                      ③ 15
- ④ 20                      ⑤ 25

**69.** 학생 수가 30인 어느 반의 모든 학생은 체육, 봉사, 예술 동아리 중 적어도 한 동아리에 가입하였다. 체육, 봉사, 예술 동아리에 가입한 학생이 각각 18명, 15명, 12명이고 세 동아리에 모두 가입한 학생이 5명일 때, 체육과 봉사 동아리에 모두 가입한 학생 수의 최댓값은?

- ① 10                      ② 11                      ③ 12  
④ 13                      ⑤ 14

**70.** 50명의 학생에게 A, B, C 세 종류의 인터넷 검색 사이트의 이용에 대한 조사를 하였다. A, B, C를 이용하는 학생은 각각 27명, 34명, 29명이었고, A와 B를 이용하고 있는 학생은 19명, B와 C를 이용하고 있는 학생은 24명, A와 C를 이용하고 있는 학생은 18명이었다. 이때, 세 종류의 인터넷 검색 사이트를 모두 이용하는 학생 수의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

**71.** 진명이네 반 학생을 대상으로 교내 체육대회에서 축구, 배구, 농구 경기에 참여한 학생 수를 조사하였더니 각각 14명, 16명, 19명이었다. 축구와 배구를 모두 참여한 학생의 수는 10명이고 축구, 배구, 농구를 모두 참여한 학생의 수는 5명일 때, 농구만 참여한 학생 수의 최솟값을 구하시오.

**72.** 어떤 도시에 A, B, C 세 도서관이 있다. 이 도시에 사는 학생 100명을 대상으로 지난 6개월 동안 이 도서관의 이용 실태를 조사하였더니, A, B, C 도서관을 이용한 적이 있는 학생이 각각 87명, 74명, 49명이었다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

- ㄱ. 세 도서관 A, B, C 중 어느 도서관도 이용한 적이 없는 학생은 많아야 12명이다.  
ㄴ. 세 도서관 A, B, C를 모두 이용한 적이 있는 학생은 많아야 49명이다.  
ㄷ. 적어도 10명의 학생은 세 도서관 A, B, C를 모두 이용한 적이 있다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

73. 두 집합  $A, B$ 에 대하여

$n(A) = 5, n(B) = 6, n(A \cup B) = 8$ 일 때,  $n(A \cap B)$ 의 값은? (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

74. 집합  $A = \{\emptyset, 1, \{1\}, \{3, 4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단,  $\emptyset$ 는 공집합이다.)

- ①  $\emptyset \subset A$               ②  $\{\emptyset\} \subset A$               ③  $\{3, 4\} \in A$   
 ④  $\{2\} \subset A$               ⑤  $0 \notin A$

75. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 홀수만을 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

- ① 3                              ② 4                              ③ 7  
 ④ 8                              ⑤ 24

76. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 세 조건을 만족시킨다.

- (가)  $n(A \cup B) = 6$   
 (나)  $n(A \cap B) = 2$   
 (다)  $A$ 의 모든 원소의 곱은  $B$ 의 모든 원소의 곱과 같다.

이때,  $A \cup B$ 의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오.  
 (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

**77.** 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합  $X$ 에 대하여  $S(X)$ 를 집합  $X$ 의 모든 원소의 합이라 하자. 집합  $U$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합  $A, B$ 에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

ㄱ.  $1 \leq S(A) \leq 15$

ㄴ.  $A \cap B = A$ 이면,  $S(A) \leq S(B)$ 이다.

ㄷ.  $S(A \cup B) = 15$ ,  $S(A \cap B) = 6$ 이면,  
 $S(A) < S(B)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

**78.**  $A, B$ 는 전체집합  $U$ 의 부분집합이고  $\emptyset$ 는 공집합이다. 다음 중 옳은 것은?  
(단,  $n(X)$ 는 집합  $X$ 의 원소의 개수이다.)

- ①  $\{x \mid 0 < x < 1\} = \emptyset$ 이다.  
②  $\emptyset$ 은 집합  $\{1\}$ 의 진부분집합이다.  
③  $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 2$ 이다.  
④  $n(A \cap B^c) = n(A) - n(B)$ 이다.  
⑤  $n(A) \leq n(B)$ 이면  $A \subset B$ 이다.

**79.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 4, 7, 9, 10\}$ ,  
 $A^c \cup B^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 집합  $B$ 의 개수는?

- ① 4                      ② 8                      ③ 16  
④ 32                    ⑤ 64

**80.** 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 등식  
 $\{A - (B - A^c)^c\} \cup (B - A) = B$ 이 성립함을 증명하시오.

**81.** 집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합  $A, B$ 가  $A \cup B = U, A \cap B = \{5\}$ 를 만족시킨다. 이때,  $f(A)f(B)$ 의 최댓값을 구하시오. (단, 집합  $X$ 에 대하여  $f(X)$ 는  $X$ 의 원소의 합을 나타낸다.)

**82.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중 집합  $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합  $A^C$ 와 서로소인 집합의 개수는?

- ① 2                      ② 4                      ③ 8  
 ④ 16                     ⑤ 32

**83.** 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

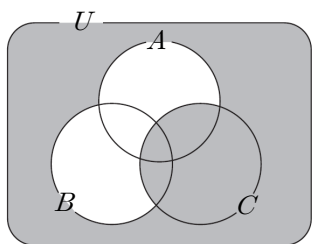
$$(A \cap B) \cup B^C = A$$

가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $A \cap B = \emptyset$       ②  $A \cap B = U$       ③  $A \cup B = A$   
 ④  $A \cup B = B$       ⑤  $A \cup B = U$

**84.** 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를  $A_k = \{x \mid 3kx - [3kx] = 0, 0 \leq x \leq 1\}$ 로 정의할 때, 집합  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$ 의 부분집합의 개수를 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

85. 전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ①  $A \cap (B \cup C)^c$                       ②  $A \cup (B \cup C)^c$
- ③  $C - (A \cup B)$                       ④  $C \cap (A^c \cap B^c)$
- ⑤  $C \cup (A \cup B)^c$

86. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $B^c - A^c = A$ 가 성립할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보기 > —

ㄱ.  $A - B = \emptyset$

ㄴ.  $B \subset A^c$

ㄷ.  $A - \{(B^c - A) \cup (A - B)\} = \emptyset$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

87. 자연수를 원소로 가지는 집합  $S$ 가 조건 ' $x \in S$ 이면  $14 - x \in S$ 이다.'를 만족시킬 때, 공집합이 아닌 집합  $S$ 의 개수는?

- ① 63                      ② 127                      ③ 255
- ④ 511                    ⑤ 1023

88. 전체집합  $U$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A, B^c$ 이 서로소일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보기 > —

ㄱ.  $B - A = \emptyset$

ㄴ.  $A \cap (A - B)^c = A$

ㄷ.  $(A^c \cup B) \cap A = A$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



**89.** 어느 학급에서 1학기 동안 봉사 활동을 한 학생 수를 조사하였더니 일손 돕기 활동에 참가한 학생이 12명, 캠페인 활동에 참가한 학생이 15명, 두 활동 중 한 가지 활동에만 참가한 학생이 21명, 두 활동에 모두 참가하지 않은 학생이 6명이었다. 이 학급의 학생 수를 구하시오.

**90.** 집합  $X = \{x \mid x \text{는 } n \text{ 이하의 정수}\}$ 의 부분집합  $A$ 는 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가)  $2 \in A, 3 \in A$   
 (나)  $a \in A, b \in A$ 이고  $ab \in X$ 이면  $ab \in A$ 이다.

집합  $A$ 의 원소의 개수가 10일 때, 자연수  $n$ 의 최댓값을 구하시오.

**91.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $A$ 는 10과 서로소인 모든 자연수의 집합이다.  
 (나) 집합  $B$ 의 임의의 서로 다른 두 원소의 합은 11이 아니다.

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, 집합  $B$ 의 모든 원소의 합의 최댓값은?

- ① 10                      ② 14                      ③ 24  
 ④ 29                      ⑤ 30

**92.** 집합  $S = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}\right\}$ 의

공집합이 아닌 서로 다른 부분집합을

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_{63}$  이라 하자. 이때 각각의 집합

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_{63}$  에서 최소인 원소를 뽑아 이들을

모두 더하면?

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

**93.** 두 집합  $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{이하의 자연수}\}$ ,  
 $B = \{x | x \text{는 } 15 \text{와 서로소인 자연수}\}$ 에 대하여 다음  
 조건을 만족시키는 집합  $X$ 의 개수를  $2^{\square} - 1$ 이라고 할 때,  
 $\square$  안에 알맞은 수는?

- (가)  $X \subset A, X \neq \emptyset$   
 (나)  $X \cap B = \emptyset$   
 (다) 집합  $X$ 의 모든 원소는 20과 서로소이다.

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
 ④ 16                      ⑤ 18

**94.** 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을

$$A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수인 자연수}\}$$

로 정의할 때,  $(A_{12} \cup A_2) \cap (A_{12} \cup A_3) = A_k$ 를 만족하는  
 자연수  $k$ 의 값은?

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
 ④ 8                      ⑤ 10

**95.** 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{1, a+4, a^2-2a-5\}, B = \{3, a^2-2a\}$$

에 대하여  $A \cap B = \{3, 8\}$ 일 때, 집합

$(A \cap B^c) \cup (A^c \cup B^c)^c$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

**96.** 올해 5, 6월에 메르스 호흡기 감염증이 의심되어  
 $S$ 병원을 찾은 환자 100명은 고열, 기침, 호흡곤란 중 한 가지  
 이상의 증세를 보였다. 고열 증세가 있는 환자는 46명, 기침을  
 하는 환자는 40명, 호흡곤란을 호소하는 환자는 35명, 기침과  
 호흡곤란을 호소하는 환자는 10명이었다. 병원 당국은 고열과  
 기침 증세가 동시에 있거나 고열과 호흡곤란이 동시에 있는  
 환자를 메르스 호흡기 감염증 대상으로 일차 분류한다. 올해  
 5, 6월에  $S$ 병원에서 메르스 호흡기 감염증 대상으로 일차  
 분류된 환자의 수는?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13  
 ④ 14                      ⑤ 15

97. 자연수  $n$ 에 대하여  $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{이하의 소수}\}$ ,  
 $B_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 양의 약수}\}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을  
 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $A_3 \cap B_4 = \emptyset$   
 ㄴ.  $A_6 \subset A_7$   
 ㄷ.  $n(B_k) = 1$ 일 때,  $k$ 는 소수이다.  
 ㄹ. 두 자연수  $m, n$ 에 대하여  $B_m \subset B_n$ 이면  $n$ 은  $m$ 의  
 배수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄹ  
 ④ ㄴ, ㄹ                ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

98. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두  
 부분집합  $A, B$ 에 대하여  
 $A \cup B^c = \{1, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ ,  
 $A^c \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ 이 성립할 때,  
 $(A - B) \cup \{B \cap (A \cap B)^c\}$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 11                      ② 19                      ③ 27  
 ④ 37                      ⑤ 45

99. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여  
 다음 조건을 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는?

(가)  $X \subset A, X \neq \emptyset$   
 (나) 집합  $X$ 의 모든 원소의 곱은 짝수이다.

- ① 501                      ② 502                      ③ 503  
 ④ 504                      ⑤ 505

**100.** 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$ 의 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합  $B$ 의 개수는?

$$(가) A = \{x | x \text{는 짝수}\}$$

$$(나) (A \cup B) - (A \cap B) \subset (A - B)$$

- ① 31                      ② 30                      ③ 16  
 ④ 15                      ⑤ 14

**101.** 2 이상의 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \{x | x \text{는 } k \text{의 배수}\}$$

라 할 때,  $(A_8 \cap A_{12}) \subset A_m$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수  $m$ 의 개수는?

- ① 3                        ② 5                        ③ 7  
 ④ 9                        ⑤ 10

**102.** 어느 고등학교 1학년 학생 전체를 대상으로 예술 관련 동아리와 과학 관련 동아리 신청자를 조사하였다. 그 결과 예술 관련 동아리와 과학 관련 동아리를 신청한 학생은 각각

1학년 전체 학생의  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ 이었고, 예술 관련 동아리와 과학

관련 동아리를 모두 신청한 학생은 1학년 전체 학생의  $\frac{1}{5}$ 이었다.

예술 관련 동아리와 과학 관련 동아리 중 어느 동아리도 신청하지 않은 학생이 44명일 때, 이 고등학교 1학년 학생 중 과학 관련 동아리를 신청한 학생의 수를 구하시오.

# 1등급 Challenge

**103.** 두 방정식  $f(x) = 0$ ,  $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 각각 6개, 7개이고, 집합

$$A = \{(x, y) \mid f(x)g(y) = 0, x, y \text{는 실수}\}$$

$$B = \{(x, y) \mid f(y)g(x) = 0, x, y \text{는 실수}\}$$

$$C = \{(x, y) \mid x = y, x, y \text{는 실수}\}$$

에 대하여  $A \cap B$ 가 무한집합일 때,  $n(A \cap B \cap C)$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오.

**104.** 자연수  $n$ 에 대하여 두 집합

$$A_n = \{x \mid n^2 + 3n + 2 \leq x \leq n^2 + 3n + 6\},$$

$$B_n = \{x \mid 2n^2 \leq x \leq 2n^2 + 5\}$$

가 있다. 연산  $\triangle$ 을

$$A_n \triangle B_n = (A_n \cup B_n) - (A_n \cap B_n)$$

으로 정의하고, 집합  $A_n \triangle B_n$ 의 원소 중 최솟값을  $f(n)$ 이라 하면

$$\frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(4)} + \cdots + \frac{1}{f(16)} = K$$

이다. 이때,  $K$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{18}$                       ②  $\frac{1}{14}$                       ③  $\frac{1}{7}$   
 ④  $\frac{1}{6}$                           ⑤  $\frac{1}{5}$

**105.** 함수  $f(x) = x - [x]$ 에 대하여  
 집합  $A_k$  ( $1 \leq k \leq 100$ 인 자연수)를  
 $A_k = \{x \mid f(kx) = 0, 0 \leq x \leq 1\}$ 라 하자.  
 $n(A_3 \cap A_k) = 2, n(A_4 \cap A_k) = 2$ 를 모두 만족하는  $k$ 의  
 개수를 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의  
 정수이고,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수이다.)

**106.** 아래의 원소  $P(X)$ 와 집합  $Q_k$ 에 대한 설명을 읽고  
 $P(Q_1) + P(Q_2) + P(Q_3) + \dots + P(Q_n) = m$ 을 만족하는  
 두 자연수  $m, n$ 의 합  $m + n$ 의 값을 구하시오.

(가)  $P(X)$ 는 집합  $X$ 의 원소 중 가장 큰 원소이다.

(나)  $Q_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ )는 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가  
 2 이상인 집합이다.

**107.** 자연수를 원소로 가지는 집합  $A$ 에 대하여 다음에 따라  $m(A)$ 의 값을 정한다.

- (가) 집합  $A$ 의 원소가 1개인 경우 집합  $A$ 의 원소를  $m(A)$ 의 값으로 한다.
- (나) 집합  $A$ 의 원소가 2개 이상인 경우 집합  $A$ 의 원소를 큰 수부터 차례로 나열하고, 나열한 수들 사이에  $-$ ,  $+$ 를 이 순서대로 번갈아 넣어 계산한 결과를  $m(A)$ 의 값으로 한다.

예를 들어  $A = \{6\}$ 이면  $m(A) = 6$ 이다.  
 또,  $B = \{1, 2, 4\}$ ,  $C = \{1, 2, 4, 6\}$ 이면  
 $m(B) = 4 - 2 + 1 = 3$ ,  $m(C) = 6 - 4 + 2 - 1 = 3$ 가  
 되어  $m(B) + m(C) = (4 - 2 + 1) + (6 - 4 + 2 - 1) = 6$   
 이다. 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 공집합이 아닌 서로 다른  
 부분집합을  $X_1, X_2, \dots, X_{63}$ 이라 할 때,  
 $m(X_1) + m(X_2) + \dots + m(X_{63})$ 의 값은?

- ① 50                      ② 63                      ③ 126  
 ④ 159                     ⑤ 192

**108.** 자연수  $k$ 와 2 이상의 자연수  $x$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \{x \mid x^k = (x \text{의 모든 양의 약수의 곱}), \\ x \text{의 모든 소인수는 } 10 \text{ 이하인 자연수}\}$$

이라고 하자. 예를 들어  $6 \in A_2$ 이고,  $32 \in A_3$ 이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 자연수  $m$ 에 대하여  $24 \in A_m$ 이다.  $m$ 의 값을 구하시오.

(2)  $n(A_4)$ 의 값을 구하시오.

**109.** 두 다항식

$$P(x) = (x+a)(x+2)(x-1)(x-5),$$

$Q(x) = 2x^2 + x - [x^2]$ 에 대하여 집합  $A$ 가 다음과 같다.

$$A = \{(x, y) \mid P(x)Q(y) = 0 \text{이고 } P(y)Q(x) = 0\}$$

집합  $A$ 가 무한집합이 되도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

**110.** 19 이하의 자연수  $m$ 에 대하여 전체집합  $U$ 와 두 부분집합  $A_m, B_m$ 을

$$U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$A_m = \{x \mid m < x \leq 3m\}$$

$$B_m = \{x \mid x \text{는 } m \text{보다 큰 소수}\}$$

이라 할 때,  $n(A_m \cap B_m^c) = n(A_m^c \cap B_m)$ 을 만족하는 자연수  $m$ 의 개수는? (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수이다.)

- ① 1개                      ② 2개                      ③ 3개  
④ 4개                      ⑤ 5개



1. 집합

01. ④      02. ⑤      03. ④      04. 3      05. ④      06. ③      07. ⑤      08. ④  
 09. ①      10. ②      11. ⑤      12. ③      13. ②      14. ③  
 15. (1) 32 (2) 112 (3) 512      16. 56      17. 16      18. ⑤      19. ②      20. ④      21. ③  
 22. ④      23. (1) 5 (2)  $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, S, \emptyset\}$       24. ②      25. ⑤      26. ④  
 27. ①      28. ⑤      29. ⑤      30. ⑤      31. ③      32. ⑤      33. ②      34. ①  
 35. ①      36. ⑤      37. ①      38. ⑤      39. ②      40. ③      41. 17      42. ①  
 43. ③      44. ④      45. (1)  $A-B \subset X \subset A$  (2)  $X = \{3, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 6\}$       46. ⑤  
 47. ⑤      48. ⑤      49. 8      50. ③      51. ⑤      52. 16      53. ③      54. ⑤  
 55. ①      56. 4개      57. ③      58. ④      59. ②      60. ②      61. ⑤      62. ⑤  
 63. 55      64. ①      65. ⑤      66. ④      67. ④      68. ⑤      69. ①      70. 31  
 71. 4      72. ④      73. ③      74. ④      75. ③      76. 37      77. ③      78. ②  
 79. ④  
 80.  $\{A - (B - A^c)^c\} \cup (B - A) = \{A \cap (B \cap A)\} \cup (B \cap A^c) = (A \cap B) \cup (B \cap A^c) = B \cap (A \cup A^c) = B \cap U = B$   
 81. 169      82. ④      83. ⑤      84. 16      85. ⑤      86. ⑤      87. ②      88. ④  
 89. 30명      90. 26      91. ⑤      92. ④      93. ③      94. ③      95. 12      96. ①  
 97. ④      98. ④      99. ④      100. ①      101. ③      102. 40명      103. 19      104. ⑤  
 105. 33      106. 140      107. ⑤      108. (1) 4 (2) 20      109. ④      110. ①

2. 명제

01. ①      02. ③      03. ⑤      04. ④      05. ④      06. ⑤      07. ①      08. ③  
 09. ④      10. ④      11. ③      12. ②      13. ③      14. ③      15. ⑤      16. ②  
 17. ④      18. ⑤      19.  $-4 < a \leq 0$       20. ②      21. ④      22. ③  
 23.  $-6 + 2\sqrt{13}$   
 24. (1)  $x$ 가 12의 약수이면  $x$ 는 4의 약수이다. (2)  $x$ 가 12의 약수가 아니면  $x$ 는 4의 약수가 아니다.  
 (3) 거짓,  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \not\subset \{1, 2, 4\}$  (4) 참,  $\{1, 2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$       25. ③  
 26. (1) 대우: 정사각형이 아니면 마름모가 아니다. 명제가 거짓이므로 대우도 거짓이다.  
 (2) 대우:  $a+b \neq 7$ 이면  $a \neq 3$  또는  $b \neq 4$ 이다. 명제가 참이므로 대우는 참이다.  
 (3) 대우:  $1 \leq x \leq 5$ 이면  $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ 이다. 명제가 참이므로 대우는 참이다.  
 27. ③      28. ①      29. ①      30. ②      31. ②      32. ③      33. ⑤      34. ②  
 35. -14      36. ④  
 37. (1) 대우명제:  $n$ 이 3의 배수가 아니면  $n^2$ 도 3의 배수가 아니다.  
 증명:  $n$ 이 3의 배수가 아니므로  $n = 3k \pm 1$  ( $k \geq 0$ 인 정수),  $n^2 = (3k \pm 1)^2 = 9k^2 \pm 6k + 1 = 3(3k^2 \pm 2k) + 1$   
 따라서  $n^2$ 도 3의 배수가 아니다.  
 (2) 증명:  $\sqrt{3}$ 이 무리수가 아니라고 가정하자. 그러면  $\sqrt{3}$ 은 유리수이므로 서로소인 두 자연수  
 $m, n$ 에 대하여  $\sqrt{3} = \frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. 따라서  $m\sqrt{3} = n$ 이다. 양변을 제곱하면  $3m^2 = n^2$ 이므로  $n^2$ 은 3의  
 배수이다. 따라서 (1)번 명제에 의해  $n$ 도 3의 배수이다. 즉,  $n = 3k$  ( $k$ 는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.  
 따라서  $3m^2 = n^2 = (3k)^2 = 9k^2 \therefore m^2 = 3k^2$ 이므로  $m^2$ 도 3의 배수이고 (1)번 명제에 의해  $m$ 도 3의 배수이다.  
 따라서  $m, n$ 이 모두 3의 배수이므로 두 자연수  $m, n$ 이 서로소라는 가정에 모순이다.  
 즉,  $\sqrt{3}$ 이 무리수가 아니라는 가정이 모순이다. 따라서  $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.