백인의 서울대인이 정리한 대수능 비밀장부

1등급을 위한 내신필독서

내신 대장

수학2

100人대장
'Quality Education Creation'

내신대장 수학2

"2021학년도 수학의 대장은 여러분입니다."

1 함수의 극한

유형 01 함수의 극한 계산

대표기출

1. 극한값이 존재하지 않는 것을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}$　　ㄴ. $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{x}+2}{x-4}$

ㄷ. $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{|x-1|}$　　ㄹ. $\lim_{x\to-3}([x]+1)$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

Note

2. $\lim_{x\to1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

3. $\lim_{x\to2}\frac{x-2}{x^2-2x}$ 의 값은?

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

4. $\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

5. $\lim_{x\to 2}(x-2)\left(1+\frac{1}{x^2-4}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

6. $A=\lim_{x\to -\infty}\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$, $B=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}+1}$에 대하여 $A+B$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

7. $\lim_{x\to 1}\frac{x^9+2x-3}{x-1}$의 값은?

① 3 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 14

8. 두 상수 a, b에 대하여
$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{b}\right)=-\frac{1}{16}$일 때, $a+b$의 값은?
(단, $b<0$)

① -10 ② -6 ③ -2
④ 2 ⑤ 6

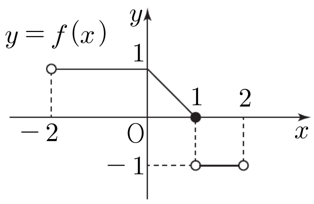
9. $\lim_{x\to -\infty}x\left\{\sqrt{x^2+4x+10}-(ax+b)\right\}=c$를 만족하는 상수 a, b, c의 값을 구하시오.

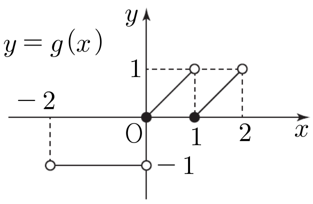
10. 함수 $f(x)=\begin{cases}x^2-3x & (|x|<1)\\ ax+b & (|x|\geq 1)\end{cases}$에 대하여 극한값 $\lim_{x\to 1}f(x)$와 $\lim_{x\to -1}f(x)$가 모두 존재할 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

대표기출

유형 02 함수의 극한 (그래프)

11. $-2<x<2$에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 극한값이 존재하는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?





〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to1} f(x)g(x)$

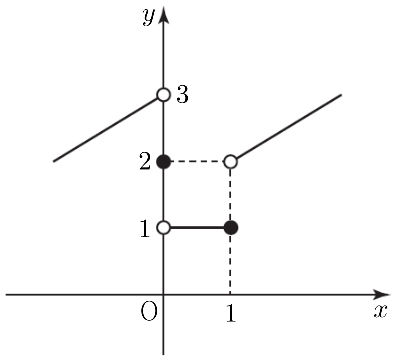
ㄴ. $\lim_{x\to1}\{f(x)+g(x)\}$

ㄷ. $\lim_{x\to1}\left[\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2\right]$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Note

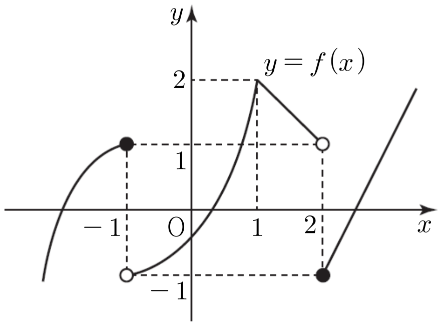
12. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은?

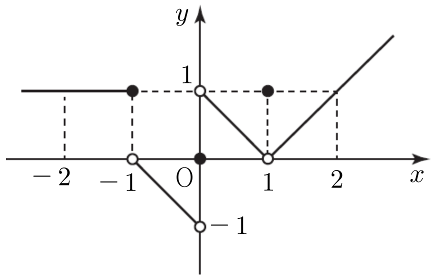
① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

13. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x\to-1-} f(x)+\lim_{x\to1} f(x)+\lim_{x\to2+} f(x)$의 값은?



① -1 ② 0 ③ 2
④ 3 ⑤ 5

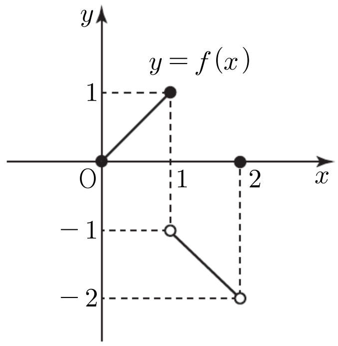
14. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$\lim_{x\to1+}\{f(x)+f(-x)\}-\lim_{x\to0-}f(x)f(-x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

15. 정의역이 $\{x\mid-2\le x\le2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 구간 $[0,\ 2]$에서 그림과 같다.
$-2\le x\le-1$일 때, $f(-x)=-f(x)$,
$-1<x<0$일 때, $f(-x)=f(x)$이다.
$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to-2+}f(x)+f(-1)$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

대표기출

유형 03 함수의 극한 연산 성질 1

16. 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\{f(x)-3g(x)\}=1$

(나) $\lim_{x\to\infty}g(x)=\infty$

$\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-g(x)}{f(x)+g(x)}$의 값을 구하시오.

Note

17. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to1}\{f(x)-g(x)\}=2$, $\lim_{x\to1}f(x)=\infty$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\dfrac{g(x)}{f(x)}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18. $\lim_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=3$일 때, $\lim_{x\to0}\dfrac{2x^2-f(x)}{3x+f(x)}$의 값은?

① $-\dfrac{1}{3}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0
④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{1}{3}$

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$2x^3-6x^2+4x \le f(x) \le x^4-2x^3+1$$

을 만족할 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

20. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x-2)}{x^2-x-2}=4$일 때,

$\lim_{x\to0}\frac{x^2f(x)-f(x)}{3x^3+2x}$ 의 값을 구하시오.

21. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{x-2}=4$, $\lim_{x\to2}\frac{g(x)}{x-2}=1$이 성립할 때,

$\lim_{x\to2}\frac{2f(x)+4g(x)}{f(x)-2g(x)}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 6

대표기출

유형 04 함수의 극한 연산 성질 2

22. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$의 값도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} \{f(x)+g(x)\}$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값도 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값도 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

Note

23. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to a} \{f(x)+g(x)\}$와 $\lim_{x\to a} \{f(x)-g(x)\}$가 존재하면 $\lim_{x\to a} \{f(x)g(x)\}$가 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} g(x)$가 모두 존재하지 않으면 $\lim_{x\to a} \{f(x)g(x)\}$도 존재하지 않는다.

ㄷ. $\lim_{x\to a} \{f(x)+g(x)\}$와 $\lim_{x\to a} \{f(x)g(x)\}$가 존재하면 $\lim_{x\to a} \{f(x)-g(x)\}$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하면 $\lim_{x\to a}\{f(x)\}^2$ 도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하면 $\lim_{x\to a}(f \circ f)(x)$도 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x\to a} f(x)$, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$가 모두 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$이면 $\lim_{x\to 0}|f(x)| = 0$이다.

ㄴ. $\lim_{x\to \infty} f\left(1+\frac{1}{x}\right) = 0$이면 $\lim_{x\to 1} f(x) = 0$이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < g(x) < h(x)$이고 $\lim_{x\to\infty}\{h(x) - f(x)\} = 0$이면 $\lim_{x\to\infty} g(x)$의 값이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 05 미정계수의 결정 1

대표기출

26. 다음 등식이 성립하도록 상수 a, b의 값을 정할 때,

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+a}+b}{x-2}=\frac{1}{4}$$

에서 $a+b$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

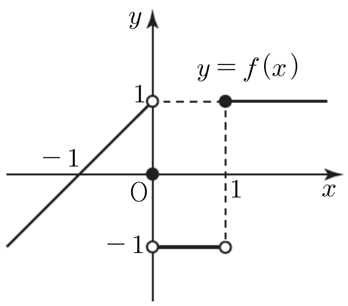
Note

27. 등식 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax+2}{x^2-1}=b$가 성립하도록 하는 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. $\lim_{x\to 2}\frac{x^3+ax+b}{(x-2)^2}$의 극한값이 c일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

29. 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to -2}\frac{g(x)}{f(x+1)}$와 $\lim_{x\to 2}f(x-1)g(x+1)$의 값이 모두 존재할 때, 이차함수 $g(x)$를 구하시오.



30. 다항함수 $f(x)$가

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=0$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3$을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=x$의 한 근이 2일 때, $f(1)$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

31. 다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2+2x-1}=-2$ (나) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x^2-x-2}=3$

32. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때 $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

33. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0+}\frac{x^3f\left(\frac{1}{x}\right)-1}{x^3+x}=5,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2+x-2}=\frac{1}{3}$$

을 만족할 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

유형 06 미정계수 결정 2

대표기출

34. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(4)=0$

(나) $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-3)(n-4)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

$g(5)$의 값을 구하시오.

Note

35. 다항함수인 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(0)=g(3)=0$

(나) $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)} = 2(n+2)(n-1)$

$f(4)$의 값은? (단, n은 음이 아닌 정수이다.)

① 24 ② 40 ③ 64
④ 112 ⑤ 144

36. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-3x^2+4x}{x^3+2x^2+3x+4} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4$

① 9 ② 16 ③ 28
④ 32 ⑤ 45

37. 5 이하의 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c$에 대하여

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-3x-a}{(x-a)(x-b)}=c$$

일 때, $a+b+c$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

38. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2+x-2}=1$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-(x-1)}{f(x)+(x-1)}=\frac{3}{5}$

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

39. 최고차항의 계수가 2인 x에 대한 다항식 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족할 때, $|f(1)|$의 값은?

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3+2x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x+5}{f(x)}$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to -3}\frac{f(x)}{x^2-2x-15}=2$

① 17　② 22　③ 27　④ 32　⑤ 37

40. 다항함수 $f(x)$가 $\displaystyle\lim_{x\to 0+}\frac{(x^3-2x^2)f\left(\frac{1}{x}\right)-2}{2x^2-x}=3$을 만족시키고 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2}{x}=\alpha$일 때, 상수 α의 값은?

① $-\dfrac{7}{2}$　② -2　③ 1　④ $\dfrac{3}{2}$　⑤ $\dfrac{5}{2}$

대표기출

유형 07 합성함수의 극한 계산

41. 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=\begin{cases} x & (0 \le x < 1) \\ 1-x & (1 \le x < 2) \end{cases}$

(나) $f(x+2)=f(x)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f\left(f\left(\dfrac{5}{2}\right)\right)=\dfrac{1}{2}$

ㄴ. $\lim\limits_{x\to\infty} f\left(3+\dfrac{1}{4x}\right)=0$

ㄷ. $\lim\limits_{x\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{10} f\left(2k-\dfrac{1}{x}\right)=5$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Note

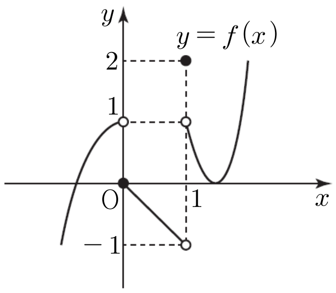
42. 두 함수

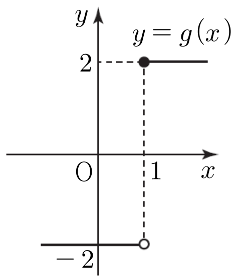
$$f(x)=\begin{cases} -x^2+2x+1 & (x \ge 1) \\ x+k & (x < 1) \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} x^2 & (x \ge 1) \\ |x-2|-3 & (x < 1) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim\limits_{x\to1} g(f(x))$의 값이 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 구하시오.

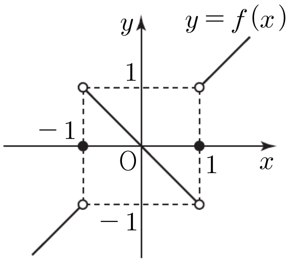
43. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim\limits_{x\to1+} g(f(x))+\lim\limits_{x\to1-} g(f(x))-g(f(1))$의 값은?

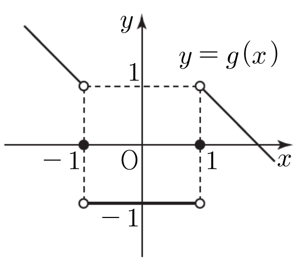




① -6 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 6

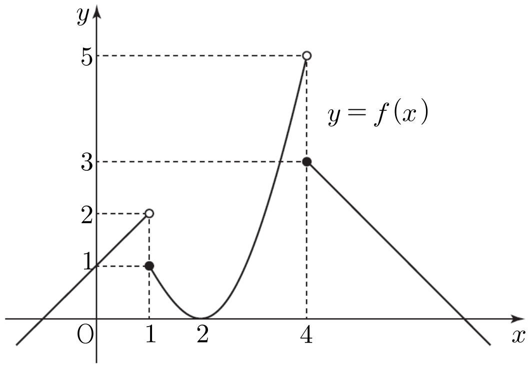
44. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\lim_{x\to1-}f(g(x))+\lim_{x\to-1+}g(f(x))$의 값은?





① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

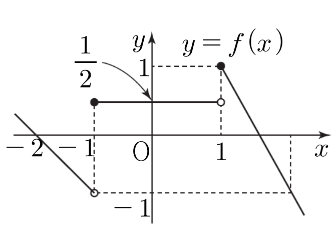
45. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

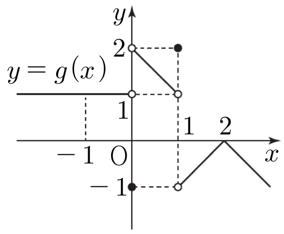


$\lim_{t\to-\infty}f\left(\frac{t+2}{t-1}\right)+\lim_{t\to\infty}f\left(\frac{4t-1}{t-1}\right)$의 값은?

① 4　　② 5　　③ 6
④ 7　　⑤ 8

46. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?





〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to1}f(g(x))=\frac{1}{2}$

ㄴ. $\lim_{x\to1+}\{f(-x)+g(1-x)\}=0$

ㄷ. $\lim_{x\to0-}f(f(x))=\frac{1}{2}$

ㄹ. $\lim_{x\to-1}g(f(x))=\frac{3}{2}$

① ㄱ　　② ㄱ, ㄹ　　③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

유형 08 가우스, 절댓값 기호를 포함한 극한

대표기출

47. 다음의 조건을 이용하여

$\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x^2+2}\left[\frac{3x^2+2x+4}{5}\right]$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x) \le h(x) \le g(x)$이고
$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = \alpha$이면 $\lim_{x\to a} h(x) = \alpha$

(나) 정수 n에 대하여 $[x] = n$ (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수) $\Leftrightarrow n \le x < n+1$

Note

48. 함수 $f(x) = \frac{|x-2|(x+a)}{x-2}$에 대하여

$$\lim_{x\to 2+} f(x) - \lim_{x\to 2-} f(x) = 8$$

일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

49. 함수 $f(x) = \frac{|x| - [2x]}{x + [2x]}$에 대하여

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}-} f(x) = a$, $\lim_{x\to \frac{1}{2}-} f(x) = b$라 할 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

50. 함수 $f(x) = [x^2] + a[x]$에 대하여 $\lim_{x\to 3} f(x)$의 값이 존재할 때, $\lim_{x\to a-} f(x)$의 값은? (단, a는 상수이고, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -3 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 3

51. 다음 극한값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{[x^2+x]}-x\right)$$

52. 어떤 자연수 n에 대하여 $\lim_{x\to n}\frac{[x]^2+4x}{[x^2]}=k$일 때, $n+k$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

53. 함수 $f(x)=\frac{x+2|x|+3}{2x+|x|+1}$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to1}f(x)=\frac{3}{2}$ ㄴ. $\lim_{x\to-1+}f(x)=\infty$

ㄷ. $\lim_{x\to\infty}f(x)=0$ ㄹ. $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-1$

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

54. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$\lim_{x\to0}|x|\left\{f\left(\frac{1}{x}\right)-f\left(-\frac{1}{x}\right)\right\}=a$, $\lim_{x\to\infty}f\left(\frac{1}{x}\right)=3$을

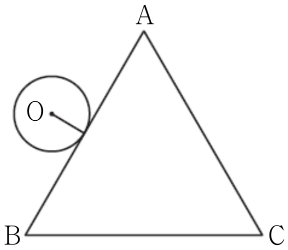
만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -1 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

유형 09 함수의 극한 활용 1

대표기출

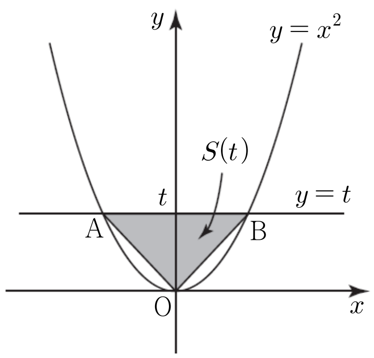
55. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 반지름의 길이가 x인 원 O가 삼각형 ABC에 외접하면서 이 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원 O의 중심이 그리는 도형의 넓이를 $f(x)$라고 하자. 이때, 극한값 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{6x^2}$ 은 값은?



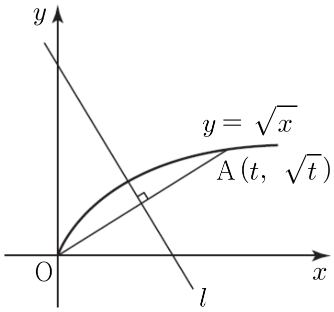
① $\frac{\pi}{6}$　　② $\frac{\pi}{4}$　　③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$　　⑤ π

Note

56. 그림과 같이 함수 $y=x^2$의 그래프와 직선 $y=t\ (t>0)$의 교점을 A, B라 하고, 삼각형 AOB의 넓이를 $S(t)$라고 할 때, $\lim_{t\to1}\frac{S(t)-1}{\sqrt{t}-1}$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.)

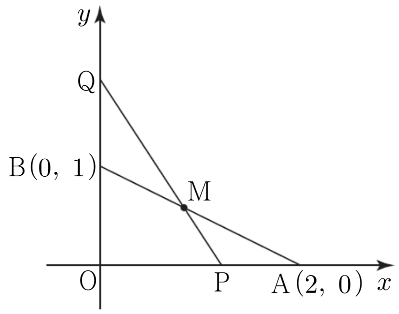


57. 그림과 같이 함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{t})$에 대하여 선분 OA의 수직이등분선 l의 x절편과 y절편을 각각 $f(t)$, $g(t)$라고 할 때, $f(3)=a$, $g(4)=b$, $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)-g(t)}{f(t)+g(t)}=c$이다. 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?



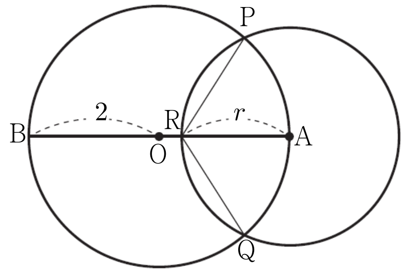
① -3　　② -1　　③ 2
④ 4　　⑤ 6

58. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 1)$에 대하여 선분 OA 위에 점 P와 선분 OB의 연장선 위에 점 Q가 있다. 두 선분 AB, PQ의 교점을 M이라 하자. 점 P, Q가 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{BQ}}$인 관계를 유지하면서 각각 A, B에 가까워지면 두 선분의 교점 M은 점 $(\alpha,\ \beta)$에 한없이 가까워질 때, $\alpha+\beta$의 값은?



① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{3}{2}$　③ $\dfrac{5}{3}$　④ $\dfrac{11}{6}$　⑤ 2

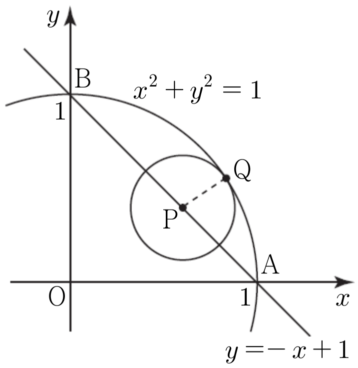
59. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O 위에 한 점 A가 있다. 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원이 원 O와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 원 O의 지름 AB와 만나는 점을 R라 하자. 사각형 APRQ의 넓이를 $S(r)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{r\to 4-}\frac{S(r)}{\sqrt{8-2r}}$의 값을 구하시오. (단, $0<r<4$)



유형 10 함수의 극한 활용 2

대표기출

60. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y=-x+1$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 동점 P가 선분 AB 위를 움직일 때, 점 P를 중심으로 하고, 원 $x^2+y^2=1$과 제1사분면에서 접하는 원을 그려, 그 접점을 Q라 하자. 점 P가 점 A에 한없이 가까워질 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\overline{\mathrm{PA}}}$의 값은 α에 한없이 가까워진다. $10\alpha^2$의 값은? (단, α는 상수이다.)



① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

Note

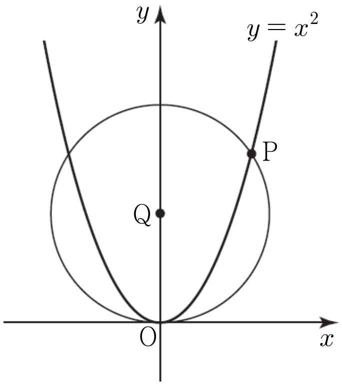
61. 실수 a에 대하여 집합 $\{x \mid x^2-1=a,\ x\text{는 실수}\}$의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, $\lim\limits_{a\to -1+} f(a)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

62. 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점과 직선 $y=-rx+2r$ 사이의 거리의 최댓값을 $M(r)$, 최솟값을 $m(r)$라 할 때, $\lim\limits_{r\to 0+}\dfrac{M(r)}{m(r)}$의 값은? (단, $0<r<\sqrt{3}$)

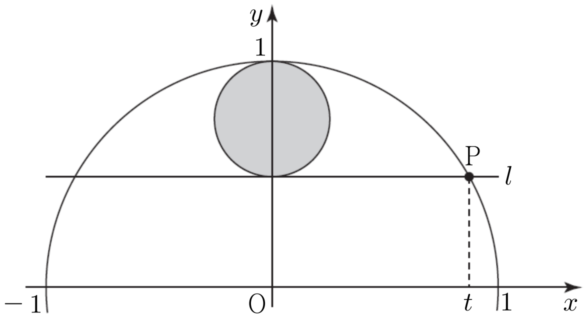
① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ 4

63. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 원점이 아닌 점 P에 대하여 점 P와 원점 O를 지나고 y축 위의 점 Q를 중심으로 하는 원이 있다. 점 P가 곡선 $y=x^2$을 따라 원점 O에 한없이 가까워질 때, 점 Q는 점 $(0,\ a)$에 한없이 가까워진다. $10a$의 값은? (단, a는 상수이다.)



① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

64. 원 $x^2+y^2=1$의 점 중 제1사분면 위를 움직이는 점 P의 x좌표를 t, P를 지나고 x축에 평행한 직선을 l이라 하자. 원 $x^2+y^2=1$과 $(0,\ 1)$에서 접하고 직선 l과 접하는 원의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 0+} \frac{S(t)}{t^n}$의 값이 존재하도록 하는 자연수 n의 최댓값은?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

65. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to3}f(x)=\infty,\ \lim_{x\to3}\{3f(x)-2g(x)\}=2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to3}\dfrac{2f(x)-4g(x)}{f(x)-g(x)}$의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 6　⑤ 8

66. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=3$을 만족할 때, $\lim_{x\to\infty}\dfrac{4f(x)+3g(x)}{f(x)-\frac{1}{2}g(x)}$의 값은? (단, $g(x)\neq0$이다.)

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

67. 두 실수 a, b가 $\lim_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{1-x}+a}{x+1}=b$를 만족시킬 때, $a+b$의 값은?

① $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　② $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　③ $-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　④ $-\sqrt{2}$　⑤ $-\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

68. 두 양수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to a}\dfrac{x^2-b}{x-a}=b$일 때, a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

69. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a}g(x)=\beta$이고 $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=1$, $\lim_{x\to a}f(x)g(x)=-6$일 때, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-5}{g(x)+1}$의 값은? (단, $\alpha \geq \beta$)

① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -2

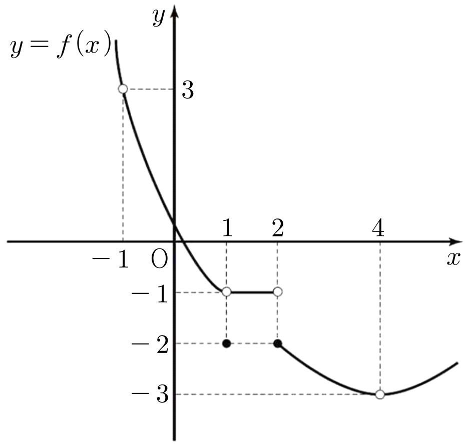
70. 극한값 $\lim_{x\to -4+}(2x+[x])$는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -15 ② -13 ③ -12
④ -10 ⑤ -9

71. 어떤 정수 n에 대하여 $\lim_{x\to n}\frac{[x]^2+x}{[x]}=k$일 때, 상수 k의 값에 대하여 $n+k$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

72. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x\to 1-}f(x)+\lim_{x\to 2+}f(x)$의 값은?



① -4 ② -3 ③ -2
④ 1 ⑤ 2

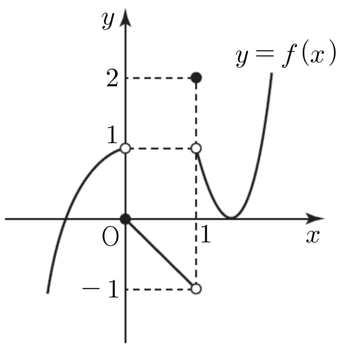
73. 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 3\}$인 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (-2 \le x < -1) \\ 1 & (-1 \le x < 1) \\ \frac{1}{2}x-1 & (1 \le x \le 3) \end{cases},\ g(x)=x^2-2x$$

에 대하여 $\lim_{x\to 1+} f(g(x))$의 값은?

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ 0
④ -1　⑤ $-\frac{3}{2}$

74. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim_{x\to 1+} f(x)+\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 0+} f(f(x))$의 값을 구하시오.



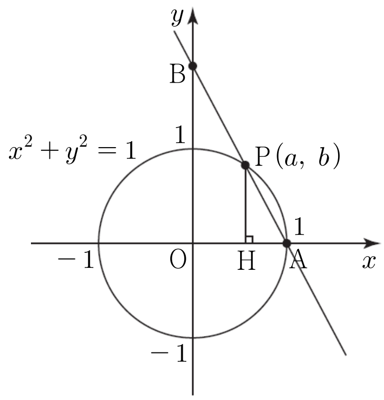
75. 함수 $f(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여

$$4x^2+1<f(x)<4x^2+2x+3$$

를 만족할 때, $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{2x^2+x+4}$의 값은?

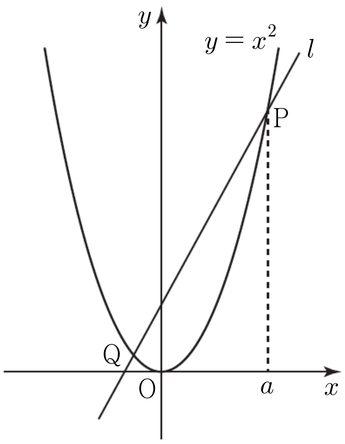
① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

76. 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$과 원 $x^2+y^2=1$ 위의 제 1사분면 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$를 지나는 직선이 y축과 만나는 점을 B라 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\lim_{a\to 1-} \frac{\overline{\mathrm{OB}}\times\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{PA}}}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

77. 그림과 같이 함수 $y=x^2$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$을 지나고 기울기가 2인 직선 l이 x축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim\limits_{a \to 0+} \dfrac{\overline{\mathrm{OP}}}{\overline{\mathrm{OQ}}}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

78. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x}=a$,

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5f(x)}{\sqrt{f(x)+4x^2}+3f(x)}=2$일 때, 실수 a의 값은?

① -4　② -2　③ -1
④ 2　⑤ 4

79. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

ㄱ. $\lim\limits_{x \to 0+} \dfrac{2x}{|x|}=2$

ㄴ. $\lim\limits_{x \to 0-} \left\{2-\dfrac{1}{x^2}\right\}=-\infty$

ㄷ. $\lim\limits_{x \to -1-} \dfrac{-3x-[x^2]}{[-x]}=2$

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

80. 다항함수 $f(x)$가 $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)-3x}{x^2}=-1$,

$\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{f(x)}{x^2-1}=4$를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① -20　② -10　③ 0
④ 10　⑤ 20

81. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2+x-2}=1,\ \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2+x+2}=2$$

일 때, $f(4)$의 값은?

① 18 ② 21 ③ 24
④ 27 ⑤ 30

82. 실수 a에 대하여 $y=ax$와 원
$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=1$의 교점의 개수를 $f(a)$라 하자.
$\lim\limits_{a\to0-}f(a)+\lim\limits_{a\to\sqrt{3}-}f(a)$의 값은?

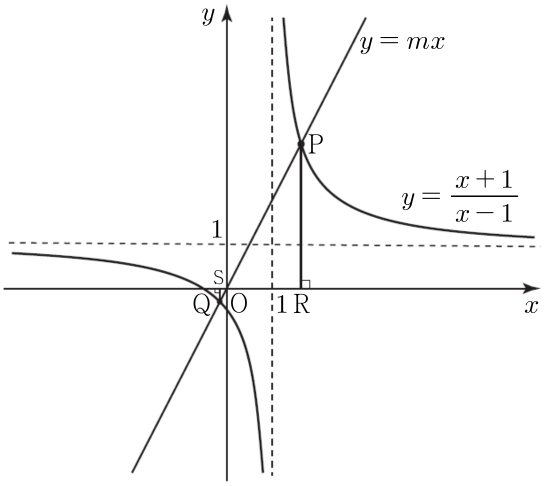
① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

83. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-2x+2a}{f(x)+2x-2a}=\frac{4}{7}$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$가 서로 다른 두 개의 x절편 $\alpha,\ \beta$을 가질 때, $|\alpha-\beta|$의 값을 구하시오.
(단, a는 상수이다.)

84. 그림과 같이 직선 $y=mx\,(m>0)$이 곡선 $y=\frac{x+1}{x-1}$과 제1사분면에서 만나는 점을 P, 제3사분면에서 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 R, S라고 하자. 두 삼각형 OPR, OQS의 넓이를 각각 $f(m)$, $g(m)$이라고 할 때, $\lim_{m\to\infty}\frac{mf(m)g(m)}{3(f(m)-g(m))}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① $\frac{1}{13}$　② $\frac{1}{6}$　③ 1　④ $\frac{3}{2}$　⑤ 2

85. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 점 $(2,\ 2)$에서 서로 만나고, 다음 조건을 모두 만족시킨다. $f(4)g(4)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to0}\frac{f(x+3)g(x+3)-9}{x}=-12$

(나) $\lim_{x\to3}\frac{x-3}{f(x)+g(x)-6}=-\frac{1}{4}$

(다) $\lim_{x\to0+}x^2\left\{f\left(\frac{1}{x}\right)-g\left(\frac{1}{x}\right)\right\}=2$

86. 최고차항의 계수가 모두 1인 삼차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=0,\ g(2)=0$

(나) 두 극한값 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)},\ \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x-1)}{f(x)}$ 이 모두 존재한다.

(다) 극한값 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{g(x)}{f(x)}$ 는 존재하지 않는다.

$f(4)+g(4)$의 값을 구하시오.

87. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$이다. 다음 중 $x\to\infty$일 때의 그 극한이 항상 존재하는 함수의 개수는?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이고, $f(x)\neq 0$이다.)

ㄱ. $\dfrac{x}{f(x)}$

ㄴ. $\dfrac{|f(x)|}{x}$

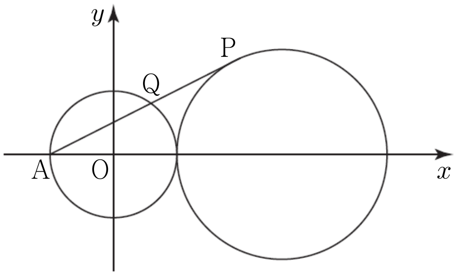
ㄷ. $\dfrac{[f(x)]}{x}$

ㄹ. $\left[\dfrac{f(x)}{x}\right]$

ㅁ. $\left[\dfrac{\{f(x)\}^2+x^2}{xf(x)}\right]$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

88. 그림과 같이 양수 r에 대하여 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$에서 원 $(x-r-1)^2+y^2=r^2$에 그은 접선의 접점을 P라 하고, 선분 AP가 원 $x^2+y^2=1$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 Q라 하자. 점 P의 y좌표가 양수일 때, $\lim\limits_{r\to\infty}\dfrac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\sqrt{r}}$의 값은?

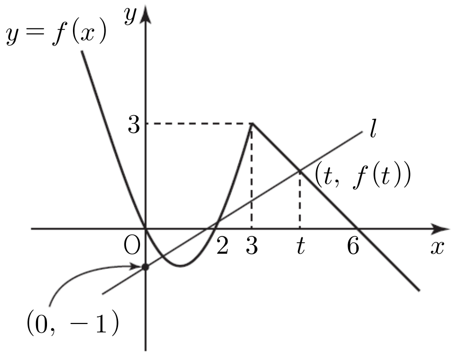


① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

89. 그림과 같이 함수

$$f(x)=\begin{cases}x^2-2x & (x\le 3)\\ -x+6 & (x>3)\end{cases}$$

과 임의의 실수 t에 대하여 두 점 $(0,\ -1)$, $(t,\ f(t))$를 지나는 직선 l이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 예를 들어, 두 점 $(0,\ -1)$, $(0,\ f(0))$을 지나는 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수가 1이므로 $g(0)=1$이다. $\lim\limits_{t\to a-}g(t)\ne\lim\limits_{t\to a+}g(t)$를 만족시키는 서로 다른 실수 a의 값은 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$의 n개다.
$a_1+a_2+\cdots+a_n$의 값을 구하시오.



2 함수의 연속

유형 01 함수의 연속 조건

대표기출

1. 함수 $f(x)$가 모든 실수에서 연속이고 $(x-2)f(x)=-4x^2+8x+3\sqrt{x^2+5}-9$일 때, $f(2)$의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2
④ 0 ⑤ 2

Note

2. 함수 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+ax-2}{x-2} & (x\neq 2)\\ b & (x=2)\end{cases}$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

3. 함수 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-\sqrt{x}+a}{\sqrt{x}-1} & (x\neq 1)\\ b & (x=1)\end{cases}$가 $x=1$에서 연속이 되도록 두 실수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

4. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to -1} f(x) = 1$
(나) $\lim_{x \to 0-} f(x) = 2$, $\lim_{x \to 0+} f(x) = 3$

함수 $f(x)+f(-x)$가 $x=0$에서 연속이고, 함수
$f(x+1)(f(x)-1)$이 $x=-1$에서 연속일 때,
$f(-1)+f(0)$의 값을 구하시오.

5. 함수 $f(x)$가 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax^2+bx+c}{x+1} & (x \neq -1) \\ d & (x=-1) \end{cases}$
로 정의될 때, $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 연속이다.
$\lim_{x \to \infty} \{f(x)-2x\} = 5$일 때, 상수 a, b, c, d에 대하여
$b+c-a-d$의 값을 구하시오.

6. 연속함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족할 때,
$f(15)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(가) $f(x) = \begin{cases} 2x-4 & (0 \le x < 2) \\ x^2+ax+b & (2 \le x \le 4) \end{cases}$
(나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$

7. 다항함수 $f(x)$와 모든 실수 x에서 연속인 함수 $g(x)$가
다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x^3-\sqrt{x^3}}{f(x)} = 1$
(나) $(x-1)g(x) = \begin{cases} f(x) & (\lvert x \rvert < 1) \\ x^2+2x-3 & (\lvert x \rvert > 1) \end{cases}$

$\lim_{x \to \infty} x\left\{f\left(\dfrac{2}{x}\right)+g\left(\dfrac{2}{x}\right)\right\}$의 값을 구하시오.

유형 02 연속함수의 성질 1

대표기출

8. 두 함수 $f(x)=2x^2-7x+3$,

$g(x)=-3x^2+2ax-3a$에 대하여 함수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 정수 a의 개수는?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

Note

9. 두 함수 $f(x)=x^2-5x+k$,

$g(x)=(x-2)(x-3)$에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 정수 k의 최솟값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

10. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-x+12 & (x\text{는 정수가 아닐 때}) \\ x+k & (x\text{는 정수일 때})\end{cases}$$

로 정의하자. 열린 구간 $(-4,\ 3)$에서 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값의 개수가 4가 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은?

① 19 ② 21 ③ 25
④ 27 ⑤ 31

11. 임의의 실수 $a, b(a < b)$와 함수 $f(x) = x^2 + 2kx + k + 6$에 대하여 함수 $\dfrac{1}{f(x)}$이 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 항상 최댓값과 최솟값을 갖도록 하는 정수 k의 값의 합은?

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

12. 두 함수 $f(x),\ g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = x - 2$$
$$g(x) = x^2 - 4x + a$$

일 때, 함수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은?

① 3　　② 4　　③ 5
④ 6　　⑤ 7

유형 03 연속함수의 성질 2

대표기출

13. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to a} g(x)$와 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x)$의 값도 존재한다. (단, $g(x)\neq 0$)

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<g(x)$이고, $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x)<\lim_{x\to a} g(x)$이다.

ㄷ. $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄹ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $(f\circ g)(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

Note

14. $x=a$에서 연속인 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $y=|f(x)|$가 $x=a$에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $f(g(x))$가 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<g(x)$이면 $\lim_{x\to a} f(x)<\lim_{x\to a} g(x)$이다.

ㄹ. 함수 $h(x)$가 $x=a$에서 불연속이고, $f(a)=0$이면 $f(x)h(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄱ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄹ

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $y=f(x)$가 $x=0$에서 연속이고, $y=g(x)$도 $x=0$에서 연속이면 $y=\frac{g(x)}{f(x)}$도 $x=0$에서 연속이다.

ㄴ. $y=\frac{g(x)}{f(x)}$가 $x=0$에서 연속이고, $y=g(x)$도 $x=0$에서 연속이면 $y=f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. $y=\frac{g(x)}{f(x)}$가 $x=0$에서 연속이고, $y=f(x)$도 $x=0$에서 연속이면 $y=g(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 불연속이면 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 불연속이다.

ㄴ. $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 불연속이면 함수 $f(g(x))$는 $x=a$에서 불연속이다.

ㄷ. $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$는 $x=a$에서 연속이다. (단, $\lim\limits_{x\to a} g(x)\neq 0$)

ㄹ. $f(g(x))$가 정의되고 $g(a)=b$일 때, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이고 $f(x)$가 $x=b$에서 연속이면 $f(g(x))$는 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

17. 함수의 연속에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 각각 $x=0$에서 불연속이면 함수 $f(x)+g(x)$ 도 $x=0$에서 불연속이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 함수 $|f(x)|$도 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $|f(x)|$가 $x=0$에서 연속이면 함수 $f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $\{f(x)\}^2$이 $x=a$에서 연속이면 함수 $|f(x)|$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $(f\circ f)(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $f(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=g(a)$에서 연속이고, 함수 $(f\circ g)(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $g(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)$와 $g(x)$ 모두 $x=a$에서 연속이면 합성함수 $g(f(x))$는$x=a$에서 연속이다.

ㄴ. $f(x)$는 $x=a$에서 연속이고, $g(x)$는 $x=f(a)$에서 연속이면 합성함수 $g(f(x))$는 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 합성함수 $g(f(x))$가 $x=a$에서 연속이면, $f(x)$는 $x=a$에서 연속이고 $g(x)$는 $x=f(a)$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 04 곱의 함수의 연속성 판단 1

대표기출

20. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & (x<1) \\ x+1 & (1\le x<3), \\ x^2-4x+5 & (x\ge 3) \end{cases}$$

$$g(x)=x^2+ax+b$$

에 대하여 두 함수의 곱 $f(x)g(x)$가 모든 실수 x에서 연속일 때, 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하시오.

Note

21. 함수 $f(x)=\begin{cases} 1 & (x\le -1) \\ -x & (-1<x\le 1) \\ x^2+ax+b & (x>1) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)f(x+2)$가 $x=-1$에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

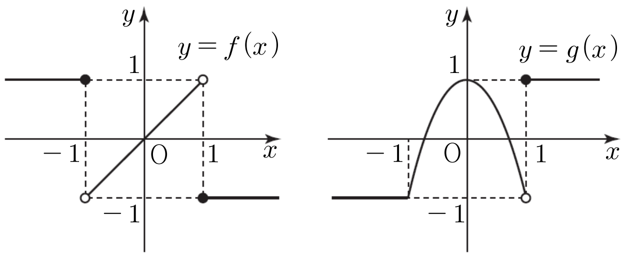
① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

22. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (0\le x<1) \\ f(x-1) & (1\le x<2) \end{cases},\quad g(-x)=g(x)$$

$h(x)=x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)h(x)$가 열린 구간 $(-2,\ 2)$에서 연속일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

23. 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x \to -1} f(x)g(x) = -1$

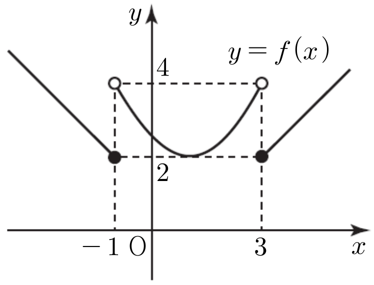
ㄴ. 함수 $y=f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄹ. 함수 $y=f(x)-g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 함수 $g(x)$의 최솟값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

25. 함수 $f(x)=x^2+6x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x-3) & (x \le a) \\ 3x+6a & (x > a) \end{cases}$$

와 같이 정의하자. 함수 $f(x)g(x)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 a의 값을 모두 구하시오.

유형 05 곱의 함수의 연속성 판단 2

대표기출

26. 함수 $f(x)=\begin{cases} 0 & (x \le -1,\ x \ge 1) \\ x & (-1 < x < 0,\ 0 < x < 1) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x \to 0+} \{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 2개다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$는 $a=1,\ a=-1$일 때만 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Note

27. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & (x \ne 1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$와 이차함수 $g(x)$에 대하여 $g(0)=5$이고 $f(x)g(x)$가 모든 실수에서 연속일 때, $g(3)$의 값을 구하시오.

28. 함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<0) \\ -x^2+6x-8 & (x \ge 0) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x+a)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

29. 함수 $f(x)=\begin{cases} -x-2 & (x<0) \\ x^2-3x+2 & (x \ge 0) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 서로 다른 상수 a의 값은 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$의 n개다. $n(|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|)$의 값을 구하시오.

30. 두 함수 $f(x),\ g(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} |x|-1 & (x \le 2) \\ (x-1)(x-3) & (x>2) \end{cases}$$
$$g(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x \le 0) \\ -|x-1|+2 & (x>0) \end{cases}$$

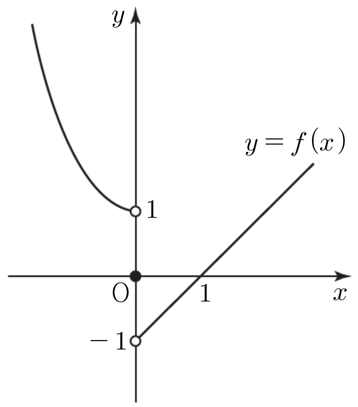
일 때, 함수 $f(x)g(x+k)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① -1　② -2　③ -3
④ -4　⑤ -5

31. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x \le 1) \\ k(x-1) & (x>1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=f\left(x-\frac{3}{2}\right)\left\{f(x)-\frac{2}{3}\right\}$로 정의하자. 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 양수 k의 값은?

① $\frac{1}{9}$　② $\frac{2}{9}$　③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$　⑤ $\frac{5}{9}$

32. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 두 함수 $g(x)=f(x)f(-x)$, $h(x)=f(x)+f(-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to 0} g(x)=-1$
ㄴ. 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $g(x)h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 06 합성함수의 연속성 판단

33. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음과 같다.

$$f(x)=\begin{cases}-x+1 & (x \geq 0) \\ x+1 & (x<0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}-1 & (x>1) \\ 0 & (x=1) \\ 1 & (x<1)\end{cases}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\lim_{x \to 0-}(g \circ f)(x)=1$

ㄴ. $\lim_{x \to 1}(f \circ g)(x)=0$

ㄷ. 합성함수 $(f \circ g)(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Note

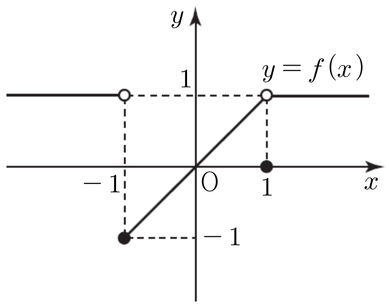
34. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}x+a & (x \geq 1) \\ x^2-3 & (x<1)\end{cases},\quad g(x)=x^2-2x+3$$

에 대하여 함수 $g(f(x))$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은?

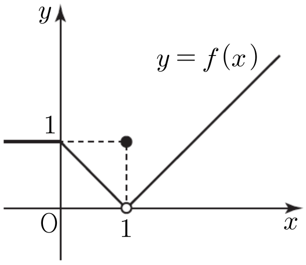
① 10 ② 8 ③ -4
④ -8 ⑤ -9

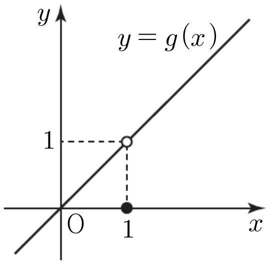
35. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $g(0)=2$이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

36. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 각각 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?





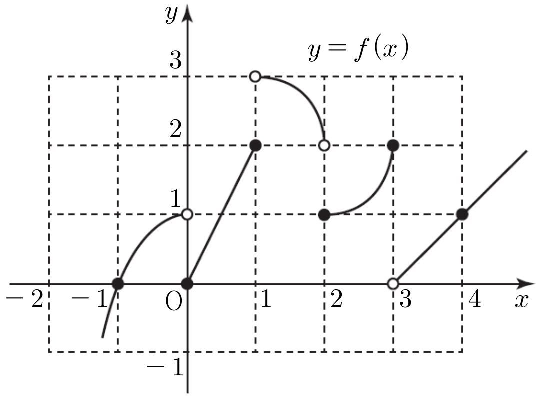
ㄱ. $\lim\limits_{x\to1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

ㄴ. $\lim\limits_{x\to1}f(g(x))=1$

ㄷ. 합성함수 $g(f(x))$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

37. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프이다.

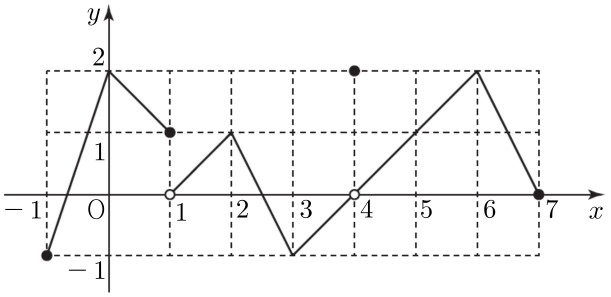


함수 $f(x)$는 $x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=3$에서만 불연속이다. 이차함수 $g(x)=-2x^2+8x+k$에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$가 $x=2$에서 불연속이 되도록 하는 실수 k의 합을 구하시오.

유형 07 합성함수의 불연속점

대표기출

38. 정의역이 $[-1,\ 7]$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다.



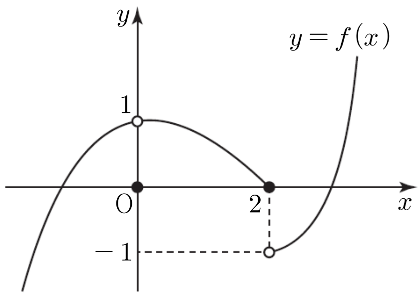
$g(x)=|f(x)|$일 때, $g(f(x))$가 $x=a$에서 불연속이 되게 하는 실수 a의 값을 모두 구하시오. (단, $-1 \le a \le 7$)

Note

39. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다. 삼차함수 $g(x)$는

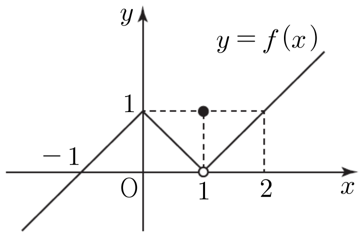
$$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-2}{x}=-2$$

를 만족하고 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은?



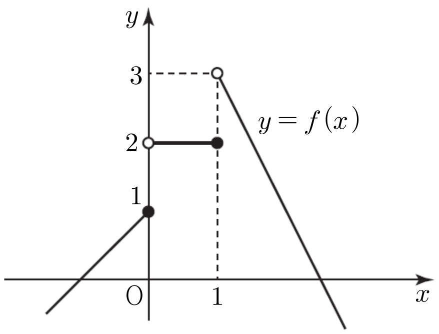
① 44 ② 46 ③ 48 ④ 50 ⑤ 52

40. 함수 $f(x)=\begin{cases} x-1 & (x>1) \\ 1 & (x=1) \\ 1-|x| & (x<1) \end{cases}$의 그래프는 다음과 같다.



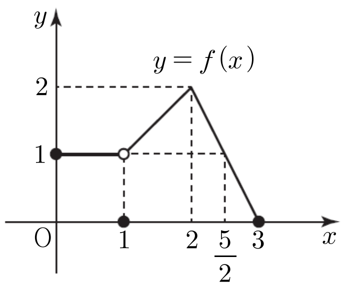
합성함수 $(f \circ f)(x)$는 $x=a$에서 불연속일 때, 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

41. 함수 $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ 2 & (0 < x \le 1) \\ -2x+5 & (x > 1) \end{cases}$의 그래프가 그림과 같다. 삼차함수 $g(x)=x^3+ax^2+bx$ (a, b는 상수)에 대하여 함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(-1)$의 값은?



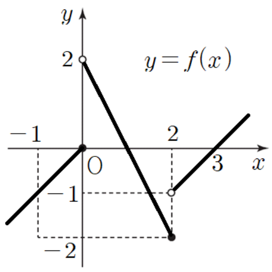
① -12　② -14　③ -16
④ -18　⑤ -20

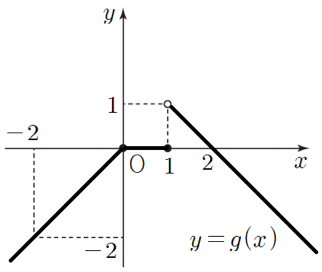
42. 구간 $[0,\ 3]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 합성함수 $(f \circ f \circ f)(x)$가 불연속인 점의 개수는?



① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

43. 함수 $f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같다.





$-1 \le x \le 5$에서 $y=(g \circ f)(x)$의 불연속인 점의 x좌표의 합을 구하시오.

대표기출

유형 08 가우스 기호를 포함한 함수의 연속성

44. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 있다.

(가) $-1 \leq x \leq 1$일 때, $f(x)=4x^2$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$

이때, $-6 < x < 6$에서 함수 $y=[f(x)]$의 불연속점의 개수는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 36　② 42　③ 48　④ 54　⑤ 60

Note

45. 함수 $f(x)=\dfrac{[x]^2+3x}{2[x]}$가 $x=p$ ($p \geq 1$이고, 정수)에서 연속이 되도록 하는 상수 p의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

46. 실수 x에 대하여 함수

$$f(x)=[x]^2+ax[x]$$

가 $x=-1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

47. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{[x]}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄴ. $\lim_{x \to 2+} f(x)=1$이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값은 무수히 많다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

48. x가 실수일 때, 함수 $f(x)$를

$$f(x)=[x]+\sqrt{x-[x]}$$

로 정의하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right)-f\left(-\frac{1}{2}\right)=1$
ㄴ. 임의의 정수 n에 대하여 $f(n)=n$이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$는 실수 전체에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. 실수 t에 대하여 구간 $[-2,\ 2)$에서 정의된 두 함수 $y=|[x]|,\ y=tx^2$이 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 다항함수 $g(t)$에 대하여 $f(t)g(t)$가 $t=1$에서 연속일 때, $f(1)+g(1)$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

유형 09 함수의 연속 활용 1

대표기출

50. 실수 k에 대하여 원 $x^2+y^2=1$과 곡선 $y=x^2+k$가 만나서 생기는 서로 다른 교점의 개수를 $f(k)$라 하자. 함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수에서 연속이 되고 최고차항의 계수가 1인 함수 $g(x)$ 중 차수가 가장 낮은 다항함수 $g(x)$에 대하여 $g(3)$의 값을 구하시오.

Note

51. 실수 t에 대하여 두 함수

$$f(x)=(x-t)^2-2,\ g(x)=\begin{cases}-x & (x\le 0)\\ x+2 & (x>0)\end{cases}$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

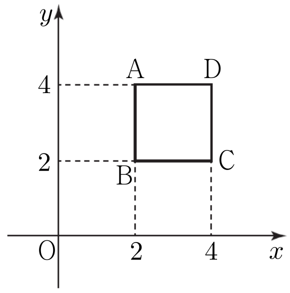
ㄱ. $\lim_{t\to 2-} h(t)=1$

ㄴ. 함수 $h(t)$는 $t=0$에서 불연속이다.

ㄷ. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속이 되는 모든 a의 값의 합은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

52. 좌표평면 위에 네 점 $\mathrm{A}(2,\ 4)$, $\mathrm{B}(2,\ 2)$, $\mathrm{C}(4,\ 2)$, $\mathrm{D}(4,\ 4)$가 있다. 양수 t에 대하여 유리함수 $y=\dfrac{1}{x-t}+t$의 그래프가 정사각형 ABCD의 둘레와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 함수 $f(t)$가 $t=a$에서 불연속이 되게 하는 모든 상수 a의 값의 합은? (단, $a>0$)



① 3　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

53. 함수 $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4} & \left(x\geq -\dfrac{1}{2}\right) \\ 2x+2 & \left(x<-\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 t인 원이 함수 $f(x)$와 만나는 교점의 개수를 $g(t)$라고 하자. 함수 $y=g(t)$가 $r=\alpha$에서 불연속일 때, 실수 α의 값의 합은? (단, $t>0$이다.)

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　② $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　③ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$　④ $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$　⑤ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

유형 10 함수의 연속 활용 2

대표기출

54. 실수 m에 대하여 직선 $y=m(x+2)$가 함수
$y=\begin{cases} x^2+x+2 & (x \geq -1) \\ 2x & (x < -1) \end{cases}$의 그래프와 만나는 점의 개수를
$f(m)$이라 하자. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여
함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,
$f(2)g(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

Note

55. $C_1:(x-1)^2+y^2=1,\ C_2:(x-t)^2+y^2=4$라 하자. C_1과 C_2의 교점의 개수를 $f(t)$라 할 때, 함수 $f(t)$의 불연속점의 t의 값의 합은? (단, t는 실수이다.)

① 4 ② 2 ③ 1
④ -2 ⑤ -3

56. 실수 a에 대하여 집합
$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$의
원소의 개수를 $f(a)$라 하자. 함수 $f(a)$의 불연속 점의 개수를
p개라 하고, $f\left(\frac{5}{2}\right)=q$일 때, $p+q$의 값은?
(단, p, q는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

57. 실수 k에 대하여 직선 $y = k$와 곡선 $y = (x-2)^2$이 만나는 점의 개수를 $f(k)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

가. $\lim_{k \to 0+} f(k) = 2$

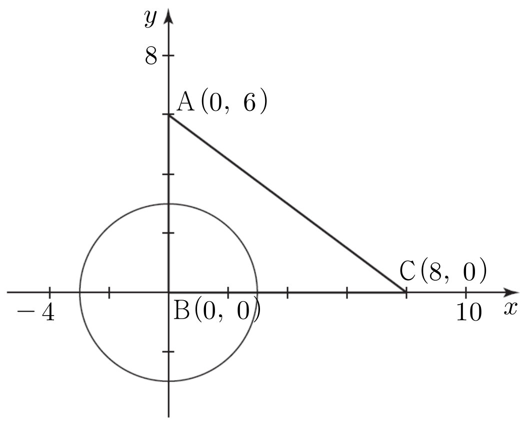
나. $\lim_{k \to 1-} \{f(k)f(k-1)\} = 4$

다. 함수 $f(k)\{f(k)+a\}$가 $k=0$에서 연속이 되도록 하는 실수 a는 1개 존재한다.

라. 함수 $f^n(k)$가 $k=0$에서 연속이 되는 n의 최솟값은 3이다. (단, $f^2(x) = (f \circ f)(x)$, $f^3(x) = (f \circ f \circ f)(x)$)

① 가 ② 가, 다 ③ 나, 다
④ 가, 라 ⑤ 가, 다, 라

58. 그림과 같이 좌표평면에 $\mathrm{A}(0,\ 6)$, $\mathrm{B}(0,\ 0)$, $\mathrm{C}(8,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $r\ (r>0)$인 원이 삼각형 ABC의 변과 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(r)$이라 하자.



최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(r)$에 대하여 함수 $f(r)g(r)$가 양의 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(11)$의 값은?

① 91 ② 92 ③ 93
④ 94 ⑤ 95

유형 11 최대 최소의 정리, 사잇값 정리

대표기출

59. 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x)$$

를 만족시키고 $f(-3)=f(-2)=f(-1)=3$일 때, 방정식 $f(x)+2x=0$은 구간 $(-3,\ 3)$에서 적어도 n개의 실근을 가진다. 자연수 n의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

Note

60. 연속함수 $f(x)$가 $f(-1)=1$, $f(1)=-1$을 만족할 때, 열린 구간 $(-1,\ 1)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는 방정식을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)-x=0$　ㄴ. $f(x)+x=0$
ㄷ. $\{f(x)\}^2+2f(x)=0$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

61. 다음은 함수 $f(x)=x^3-1$에 대하여 $f(c)=\sqrt{5}$를 만족하는 c가 1과 2 사이에 적어도 하나 존재함을 보이는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것은?

함수 $f(x)$는 구간 $\boxed{(가)}$에서 연속이고,
$f(1)\boxed{(나)}f(2)$이다.
이때, $f(1)<\sqrt{5}<f(2)$이므로 $\boxed{(다)}$에 의하여
$f(c)=\sqrt{5}$를 만족하는 c가 1과 2 사이에 적어도 하나 존재한다.

	(가)	(나)	(다)
①	$(1,\ 2)$	$=$	사이값 정리
②	$(1,\ 2)$	$\neq$	최대・최소의 정리
③	$[1,\ 2]$	$\neq$	사이값 정리
④	$[1,\ 2]$	$<$	최대・최소의 정리
⑤	$[1,\ 2]$	$=$	최대・최소의 정리

62. 방정식 $x^3-2x^2-5x+a=0$이 구간 $(1,\ 2)$에서 적어도 하나의 실근을 가지도록 하는 모든 정수 a의 값의 합은?

① 15 ② 17 ③ 24
④ 30 ⑤ 34

63. 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+f(-x)=0$를 만족시키고 $f(1)f(2)<0$, $f(3)f(4)<0$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 적어도 k개의 실근을 갖는다. k의 값을 구하시오.

64. 닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)$는 닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 최댓값을 반드시 갖는다.

ㄴ. $f(-1)=f(1)$이면, $f(c)=f(1)$을 만족하는 실수 c가 열린 구간 $(-1,\ 1)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f(-1)f(1)<f(-1)+f(1)-1$이면 방정식 $f(x)=x^2$이 열린 구간 $(-1,\ 1)$에서 적어도 하나의 실근을 가진다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

65. 함수

$f(x)=\begin{cases} ax^2+2bx & (-1<x<2) \\ bx+a-3 & (x\le -1 \text{ 또는 } x\ge 2) \end{cases}$ 가 모든 실수에서 연속일 때, 상수 a, b에 대하여 $2a^2-b^2$의 값은?

① 9 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 18

66. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-a}{x-2} & (x\ne 2) \\ b & (x=2) \end{cases}$ 가 $x=2$에서 연속이 되기 위한 상수 a, b의 값에 대하여 $a+b$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

67. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2x-2 & (x\ge 1) \\ x+1 & (x<1) \end{cases}$에 대하여 $g(x)=|f(x)-a|$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값을 구하시오.

68. 함수 $f(x)$가
$(x-1)^2f(x)=x^4-ax^3+bx+1$을 만족한다.
$f(1)=c$일 때, $f(x)$가 모든 실수에서 연속이기 위한 상수 a, b, c에 대하여 $|abc|$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 9

69. 두 함수

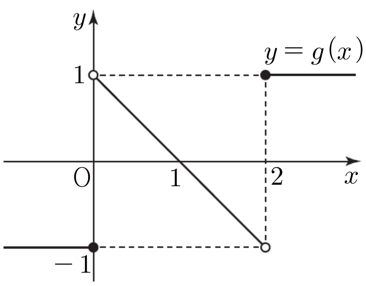
$$f(x)=\begin{cases}x+1 & (x\le a)\\ x^2-4 & (x>a)\end{cases},\ g(x)=x^2-(a+2)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오.

70. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

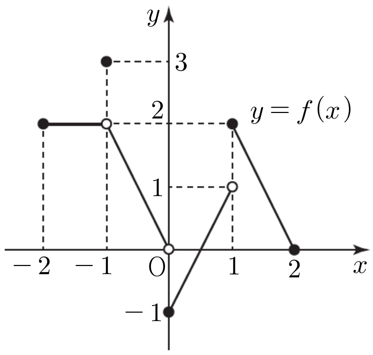
$$g(x)=\begin{cases}-1 & (x\le 0)\\ -x+1 & (0<x<2)\\ 1 & (x\ge 2)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(5)$의 값은?



① 15　② 17　③ 19
④ 21　⑤ 23

71. 구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

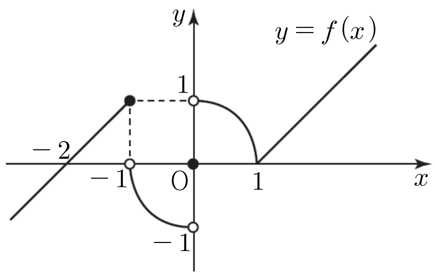


〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $\{f(x)\}^2$은 $x=1$에서 불연속이다.
ㄴ. 함수 $(f\circ f)(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)f\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$는 $x=1$에서 불연속이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

72. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈 보 기 〉

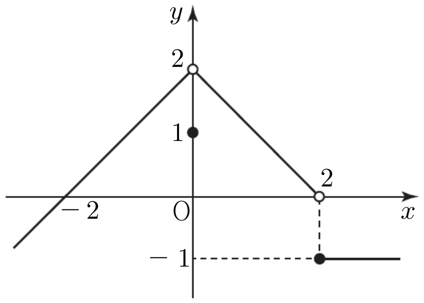
ㄱ. $\lim_{x\to 0}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. $\lim_{x\to -1} f(f(x))=-1$

ㄷ. 함수 $f(x)\{f(x)+a\}$가 $x=-1$에서 연속이 되도록 하는 실수 a는 -1이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

73. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=-3$이다. 합성함수 $(g\circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(2)$의 값은?



① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2

74. 방정식 $x^3-2x^2+3x+a=0$이 오직 하나의 실근을 가질 때, 이 실근이 -1과 1 사이에 존재하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

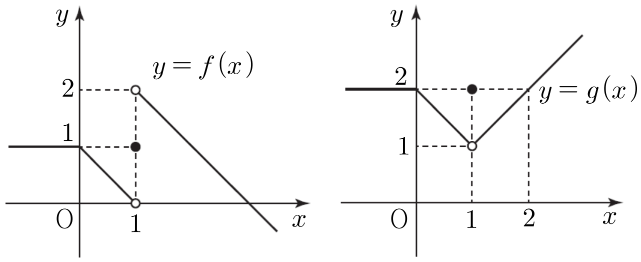
75. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|-1}{|x^2-1|} & (|x|<1) \\ ax+b & (|x|\geq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x에서 연속이 되기 위한 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-\dfrac{1}{2}$　② $-\dfrac{1}{4}$　③ 0
④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ $\dfrac{1}{2}$

76. 정의역이 $[1,\ 102]$인 연속함수 $f(x)$가 100 이하의 자연수 n에 대하여 $f(n)f(n+2)<0$을 만족한다. 방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수를 k라 할 때, k의 최솟값은?

① 50　② 51　③ 100
④ 101　⑤ 102

77. 두 함수 $y=f(x),\ y=g(x)$의 그래프가 각각 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=1$
ㄴ. $\lim\limits_{x\to 1} f(g(x))=1$
ㄷ. $\lim\limits_{x\to 1} g(f(x))=g(f(1))$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

78. 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$이다.
(나) $-1 \le x \le 1$일 때,

$$f(x)=\begin{cases} x^2+a & (-1 \le x < 0) \\ 1 & (0 \le x < 1) \end{cases} \quad (a\text{는 상수})$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

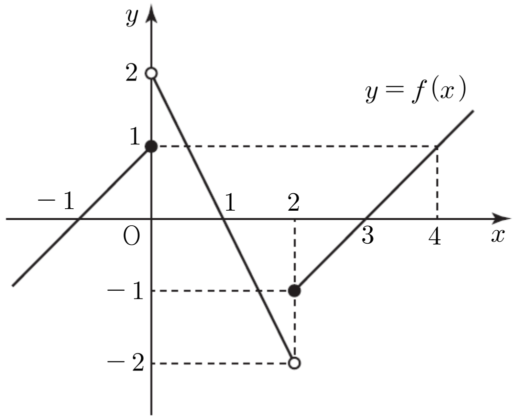
ㄱ. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은 1이다.

ㄴ. $a=1$일 때, 열린 구간 $(0,\ 10)$에서 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값의 개수는 4이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=2n-1$ (n은 상수)에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은 0이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

79. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $f(1)=f(3)=0$)



〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x \to 0+} f(x)=1$

ㄴ. 함수 $f(x)f(x+3)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 방정식 $f(x)f(x+1)+2x-5=0$은 열린 구간 $(1,\ 3)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

80. 양수 k에 대하여

$$f(x)=x(x-k)(x-2k)+x(x-2k)(x-3k)$$
$$+x(x-k)(x-3k)+(x-k)(x-2k)(x-3k)$$

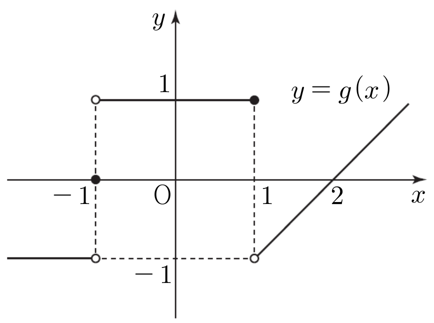
라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $f(x)$는 닫힌 구간 $[0,\ k]$에서 최댓값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 열린 구간 $(0,\ 3k)$에서 적어도 3개의 실근을 가진다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=k^2x$은 열린 구간 $(0,\ 3k)$에서 적어도 3개의 실근을 가진다.

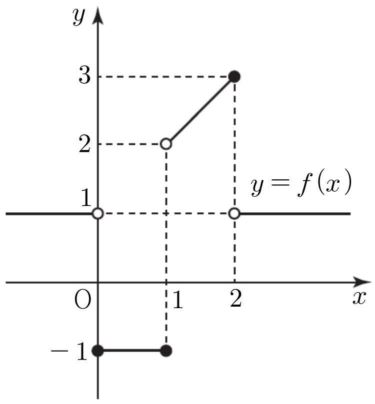
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

81. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $f(x)=ag(x)+g(x-1)$이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?



① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0
④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

82. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



함수 $g(x)=x^2+ax+b$에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{|f(x)|}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, a^2+b^2의 값은? (단, 함수 $f(x)$는 $x<0,\ x>2$에서 $f(x)>0$이고 연속이다.)

① 12　② 13　③ 14
④ 15　⑤ 16

83. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(5)=2,\ f(6)=-3$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(4-x)=f(4+x)$이다.
> (다) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

x보다 크거나 같은 실수 중에서 가장 작은 정수를 $g(x)$라 하자. 예를 들어 $g(3)=3,\ g(3.4)=4$이다. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 세 실근 $a_1,\ a_2,\ a_3$에 대하여 $\sum_{k=1}^{3} g(a_k)$의 값을 구하시오.

84. 실수 m에 대하여 직선 $y=m(x-3)+3$이 두 원 $(x+1)^2+y^2=1,\ (x-1)^2+y^2=1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 예를 들어 $f(1)=3$이다. 실수 m에 대한 함수 $y=f(m)$의 불연속점인 점의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

85. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 모두 $x=0$에서 불연속이면 $y=f(x)+g(x)$도 $x=0$에서 불연속이다.

ㄴ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 모두 $x=0$에서 불연속이면 $y=f(x)g(x)$도 $x=0$에서 불연속이다.

ㄷ. $y=f(x)$는 $x=0$에서 연속이고 $y=f(x)g(x)$는 $x=0$에서 불연속이면 $y=g(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

86. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 도 모든 실수 x 에서 연속이다.

ㄴ. $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 도 $x=a$ 에서 불연속이다.

ㄷ. $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이고 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속일 때, $f(k)=a$ 이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=k$ 에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

87. 함수 $f(x)=\begin{cases} -x-2 & (x<-1) \\ -x^2+1 & (-1 \le x \le 1) \\ -1 & (x>1) \end{cases}$의

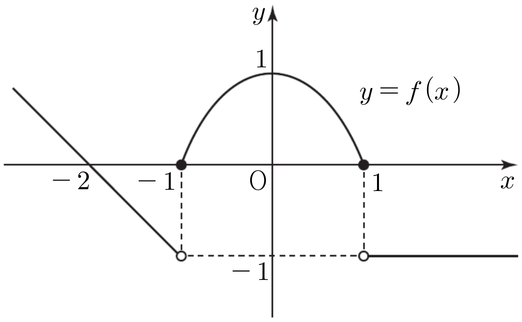
그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to 0+} f(x)f(x-1)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)f(x-1)$은 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값이 최소 2개 이상 존재한다.



① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

88. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $x=\dfrac{n}{3}$이면 $f(x)=n+1$이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $x\neq\dfrac{n}{3}$이면 $f(x)=\dfrac{22}{7}x$이다.

자연수 k에 대하여 함수 $f(x)$가 $x=k$에서 연속일 때, $\lim_{x\to k} f(x)$의 값을 구하시오.

89. 함수 $f(x)$는 $x \geq 0$에서 정의된 함수로 다음 조건을 만족시킨다.

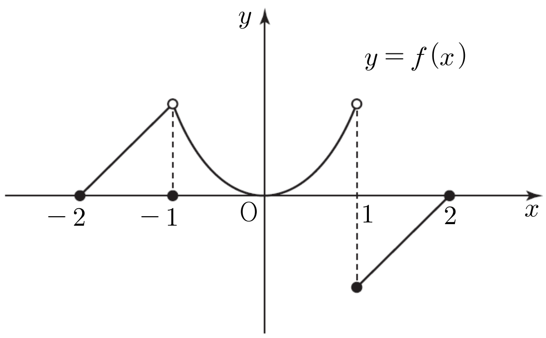
> (가) $0 \leq x \leq 1$일 때, $f(x) = \frac{1}{3}x + C$ (C는 상수)
>
> (나) $x > 1$일 때, $f(x) = f(x - [x])\{1 + f(x-1)\}$

함수 $f(x)$가 $x = 1$에서 연속일 때, 상수 $9C^2$의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3
④ 9 ⑤ 27

90. 닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 정의된

함수 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (-2 \leq x < -1) \\ 0 & (x = -1) \\ x^2 & (-1 < x < 1) \\ x-2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 의 그래프가 다음과 같다.



닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}, \quad h(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}$$

으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

> 〈 보 기 〉
>
> ㄱ. $\lim_{x \to 1} h(x)$는 존재한다.
>
> ㄴ. 함수 $(h \circ g)(x)$는 닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 연속이다.
>
> ㄷ. $\lim_{x \to 1} (g \circ h)(x) = (g \circ h)(1)$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

한 눈에 보는 정답 수학2

1. 함수의 극한

01. ⑤	**02.** ③	**03.** ②	**04.** ⑤	**05.** ②	**06.** ④	**07.** ④	**08.** ①
09. $a=-1$, $b=-2$, $c=-3$			**10.** -8	**11.** ③	**12.** ④	**13.** ③	**14.** ⑤
15. ②	**16.** $\frac{1}{2}$	**17.** ①	**18.** ②	**19.** ②	**20.** -6	**21.** ⑤	**22.** ②
23. ①	**24.** ①	**25.** ①	**26.** ⑤	**27.** ③	**28.** 10	**29.** $g(x)=x^2-x-6$	
30. ④	**31.** -6	**32.** ④	**33.** 10	**34.** 13	**35.** ⑤	**36.** ④	**37.** ⑤
38. ①	**39.** ④	**40.** ③	**41.** ③	**42.** -5	**43.** ①	**44.** ②	**45.** ②
46. ③	**47.** $\frac{6}{5}$	**48.** ②	**49.** ①	**50.** ⑤	**51.** $\frac{1}{2}$	**52.** 5	**53.** ④
54. ⑤	**55.** ①	**56.** 3	**57.** ⑤	**58.** ③	**59.** 8	**60.** ④	**61.** ③
62. ④	**63.** ③	**64.** ④	**65.** ⑤	**66.** ②	**67.** ⑤	**68.** 6	**69.** ①
70. ③	**71.** ①	**72.** ②	**73.** ①	**74.** 1	**75.** ②	**76.** ①	**77.** ④
78. ⑤	**79.** ⑤	**80.** ①	**81.** ④	**82.** ③	**83.** $\frac{22}{3}$	**84.** ②	**85.** -4
86. 12	**87.** ④	**88.** ②	**89.** $\frac{22}{3}$				

2. 함수의 연속

01. ①	**02.** ①	**03.** ①	**04.** $\frac{7}{2}$	**05.** 7	**06.** -3	**07.** 4	**08.** ①
09. ④	**10.** ②	**11.** ②	**12.** ③	**13.** ①	**14.** ③	**15.** ③	**16.** ③
17. ①	**18.** ①	**19.** ②	**20.** 7	**21.** ①	**22.** $a=0$, $b=-1$		**23.** ③
24. ④	**25.** -7, -1, 0, 9		**26.** ①	**27.** 20	**28.** ④	**29.** 12	**30.** ④
31. ④	**32.** ⑤	**33.** ③	**34.** ⑤	**35.** ③	**36.** ③	**37.** -14	
38. $-\frac{1}{3}$, 1, 4, 5, $\frac{13}{2}$		**39.** ④	**40.** 2	**41.** ④	**42.** ②	**43.** $\frac{13}{2}$	**44.** ②
45. ②	**46.** ③	**47.** ⑤	**48.** ⑤	**49.** ⑤	**50.** 34	**51.** ④	**52.** ③
53. ④	**54.** ④	**55.** ①	**56.** ③	**57.** ④	**58.** ③	**59.** ③	**60.** ③
61. ③	**62.** ③	**63.** 5	**64.** ③	**65.** ①	**66.** ①	**67.** $-\frac{1}{2}$	**68.** ①
69. 10	**70.** ①	**71.** ①	**72.** ③	**73.** ①	**74.** ⑤	**75.** ①	**76.** ①
77. ④	**78.** ③	**79.** ④	**80.** ⑤	**81.** ③	**82.** ②	**83.** 13	**84.** ④
85. ③	**86.** ①	**87.** ④	**88.** 22	**89.** ③	**90.** ①		