

유형 01 함수의 극한 계산

대표기출

1. 극한값이 존재하지 않는 것을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

< 보기 >

㉠. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$	㉡. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 4}$
㉢. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{ x - 1 }$	㉣. $\lim_{x \rightarrow -3} ([x] + 1)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

Note

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \left(1 + \frac{1}{x^2-4}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2

6. $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2-1}}{x+1}$, $B = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x+1}}$ 에

대하여 $A+B$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^9 + 2x - 3}{x-1}$ 의 값은?

- ① 3 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 14

8. 두 상수 a, b 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{b} \right) = -\frac{1}{16}$$

일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, $b < 0$)

- ① -10 ② -6 ③ -2
 ④ 2 ⑤ 6

9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \{ \sqrt{x^2 + 4x + 10} - (ax + b) \} = c$ 를

만족하는 상수 a, b, c 의 값을 구하시오.

10. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & (|x| < 1) \\ ax + b & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여

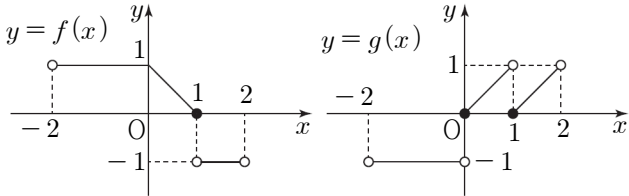
극한값 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 가 모두 존재할 때, $f(3)$ 의

값을 구하시오.

유형 02 함수의 극한 (그래프)

대표기출

11. $-2 < x < 2$ 에서 정의된 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 극한값이 존재하는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

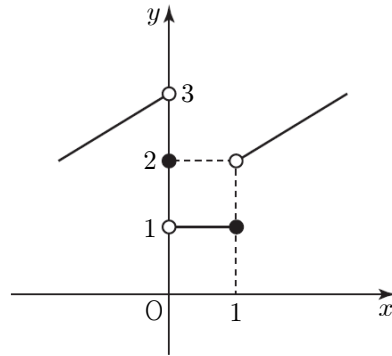
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) + g(x)\}$
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} [\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2]$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Note



12. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

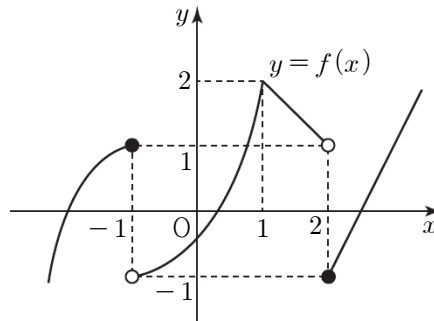


$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

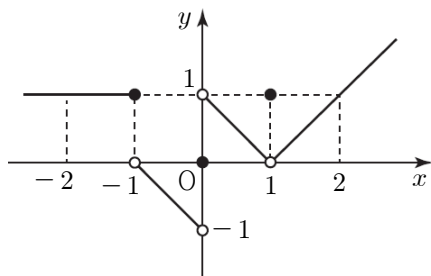
13. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은?



- ① -1 ② 0 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 5

14. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} \{f(x) + f(-x)\} - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)f(-x)$ 의 값은?

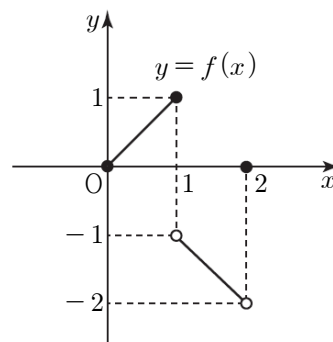
- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

15. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 구간 $[0, 2]$ 에서 그림과 같다.

$-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $f(-x) = -f(x)$,

$-1 < x < 0$ 일 때, $f(-x) = f(x)$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + f(-1)$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

유형 03 함수의 극한 연산 성질 1

대표기출

16. 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 3g(x)\} = 1$

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - g(x)}{f(x) + g(x)}$ 의 값을 구하시오.

Note

17. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - g(x)\} = 2$,

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)}$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - f(x)}{3x + f(x)}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{3}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{1}{3}$

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$2x^3 - 6x^2 + 4x \leq f(x) \leq x^4 - 2x^3 + 1$$

을 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

20. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^2 - x - 2} = 4$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(x) - f(x)}{3x^3 + 2x}$ 의 값을 구하시오.

21. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x-2} = 1 \text{이 성립할 때,}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) + 4g(x)}{f(x) - 2g(x)}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 6

유형 04 함수의 극한 연산 성질 2

대표기출

22. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값이 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 의 값이 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값도 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값이 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

Note



23. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 상수이다.)

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\}$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\}$ 가 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 존재하지 않으면 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\}$ 도 존재하지 않는다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\}$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\}$ 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 실수이다.)

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^2$ 도 존재한다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} (f \circ f)(x)$ 도 존재한다.
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x), \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 모두 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = 0$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ 이다.
 ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < g(x) < h(x)$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{h(x) - f(x)\} = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 의 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 05 미정계수의 결정 1

대표기출

26. 다음 등식이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a+b}}{x-2} = \frac{1}{4}$$

에서 $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

Note

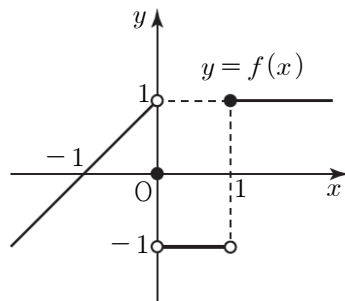


27. 등식 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 1} = b$ 가 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + ax + b}{(x-2)^2}$ 의 극한값이 c 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.)

29. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{f(x+1)}$ 와 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x-1)g(x+1)$ 의 값이 모두 존재할 때, 이차함수 $g(x)$ 를 구하시오.



30. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3 \text{을 만족시킨다. 방정식}$$

$f(x) = x$ 의 한 근이 2일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

31. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2 + 2x - 1} = -2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 3$$

32. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x - a)}{f(x) + (x - a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

33. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{x^3 + x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3}$$

을 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

유형 06 미정계수 결정 2

대표기출

34. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) g(4) = 0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-3)(n-4) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$$

$g(5)$ 의 값을 구하시오.

Note



35. 다항함수인 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) g(0) = g(3) = 0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = 2(n+2)(n-1)$$

$f(4)$ 의 값은? (단, n 은 음이 아닌 정수이다.)

- ① 24
- ② 40
- ③ 64
- ④ 112
- ⑤ 144

36. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + 3x + 4} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 28
- ④ 32
- ⑤ 45

37. 5 이하의 음이 아닌 정수 a, b, c 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - a}{(x-a)(x-b)} = c$$

일 때, $a + b + c$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

38. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = 1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - (x-1)}{f(x) + (x-1)} = \frac{3}{5}$$

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

39. 최고차항의 계수가 2인 x 에 대한 다항식 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $|f(1)|$ 의 값은?

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{f(x)}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x^2 - 2x - 15} = 2$$

- ① 17 ② 22 ③ 27
 ④ 32 ⑤ 37

40. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^3 - 2x^2)f\left(\frac{1}{x}\right) - 2}{2x^2 - x} = 3$

을 만족시키고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{x} = \alpha$ 일 때, 상수 α 의 값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

유형 07 합성함수의 극한 계산

대표기출

41. 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 1) \\ 1-x & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$

$$(나) f(x+2) = f(x)$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

$$\neg. f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} f\left(3 + \frac{1}{4x}\right) = 0$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10} f\left(2k - \frac{1}{x}\right) = 5$$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Note



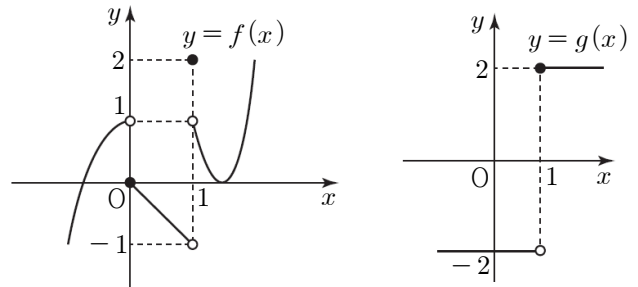
42. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 & (x \geq 1) \\ x + k & (x < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 1) \\ |x-2| - 3 & (x < 1) \end{cases}$$

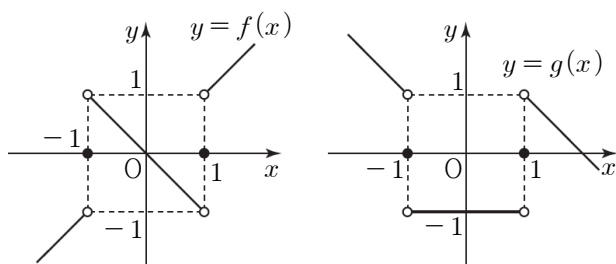
에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x))$ 의 값이 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오.

43. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 1+} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 1-} g(f(x)) - g(f(1))$ 의 값은?



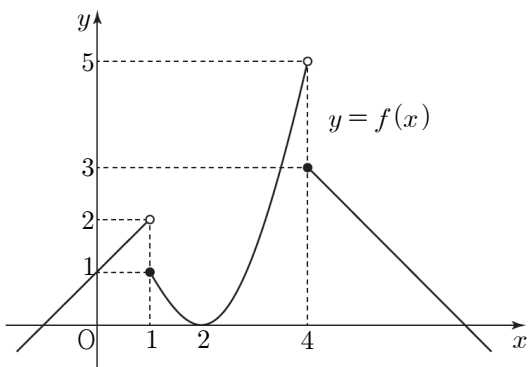
- ① -6 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 6

44. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow -1^+} g(f(x))$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

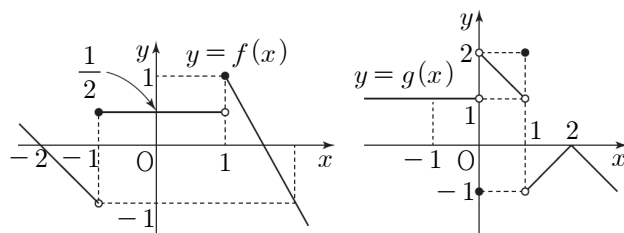
45. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{t+2}{t-1}\right) + \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{4t-1}{t-1}\right)$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

46. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x)) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \{f(-x) + g(1-x)\} = 0$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) = \frac{1}{2}$

ㄹ. $\lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = \frac{3}{2}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

유형 08 가우스, 절댓값 기호를 포함한 극한

대표기출

47. 다음의 조건을 이용하여

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 2} \left[\frac{3x^2 + 2x + 4}{5} \right]$ 의 값을 구하십시오.

(가) 함수 $h(x)$ 에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha \text{ 이면 } \lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$$

(나) 정수 n 에 대하여 $[x] = n$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수) $\Leftrightarrow n \leq x < n+1$

Note

48. 함수 $f(x) = \frac{|x-2|(x+a)}{x-2}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 8$$

일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

49. 함수 $f(x) = \frac{|x| - [2x]}{x + [2x]}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} f(x) = a, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = b \text{ 라 할 때, 상수 } a, b \text{ 에}$$

대하여 ab 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -1
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

50. 함수 $f(x) = [x^2] + a[x]$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의

값이 존재할 때, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 의 값은? (단, a 는 상수이고, $[x]$ 는

x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -3
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 3

51. 다음 극한값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{[x^2 + x]} - x)$$

52. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow n} \frac{[x]^2 + 4x}{[x^2]} = k$ 일 때, $n + k$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

53. 함수 $f(x) = \frac{x + 2|x| + 3}{2x + |x| + 1}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보기 >

$$\begin{array}{ll} \neg. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{3}{2} & \swarrow. \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \infty \\ \text{ㄷ.} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 & \searrow. \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \end{array}$$

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄷ

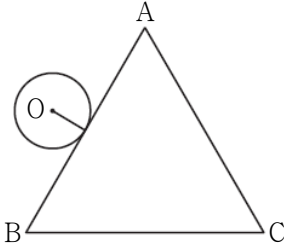
54. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} |x| \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\} = a$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① -1 ② 1 ③ 3
 ④ 5 ⑤ 7

유형 09 함수의 극한 활용 1

대표기출

55. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 반지름의 길이가 x 인 원 O 가 삼각형 ABC에 외접하면서 이 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원 O 의 중심이 그리는 도형의 넓이를 $f(x)$ 라고 하자. 이때, 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{6x^2}$ 은 값은?

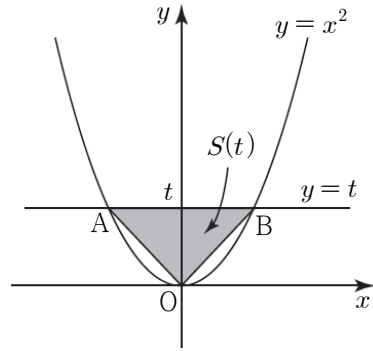


- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$
- ⑤ π

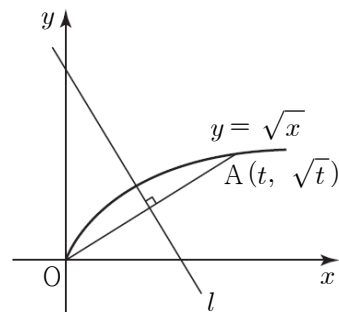
Note



56. 그림과 같이 함수 $y = x^2$ 의 그래프와 직선 $y = t$ ($t > 0$)의 교점을 A, B라 하고, 삼각형 AOB의 넓이를 $S(t)$ 라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{S(t) - 1}{\sqrt{t} - 1}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



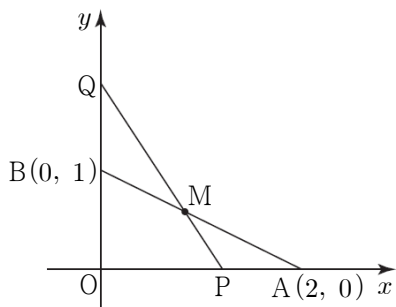
57. 그림과 같이 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점 $A(t, \sqrt{t})$ 에 대하여 선분 OA의 수직이등분선 l 의 x 절편과 y 절편을 각각 $f(t), g(t)$ 라고 할 때, $f(3) = a, g(4) = b, \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t) - g(t)}{f(t) + g(t)} = c$ 이다. 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?



- ① -3
- ② -1
- ③ 2
- ④ 4
- ⑤ 6

58. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점

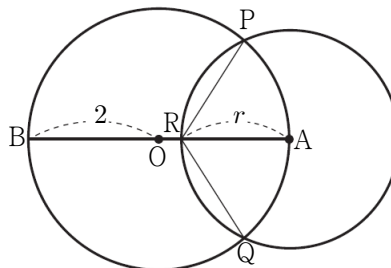
$A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 에 대하여 선분 OA 위에 점 P 와 선분 OB 의 연장선 위에 점 Q 가 있다. 두 선분 AB , PQ 의 교점을 M 이라 하자. 점 P , Q 가 $\overline{PA} = \overline{BQ}$ 인 관계를 유지하면서 각각 A , B 에 가까워지면 두 선분의 교점 M 은 점 (α, β) 에 한없이 가까워질 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?



- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$
 ④ $\frac{11}{6}$ ⑤ 2

59. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O 위에 한 점 A 가 있다. 점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 원 O 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 하고, 원 O 의 지름 AB 와 만나는 점을 R 라 하자. 사각형 $APRQ$ 의 넓이를 $S(r)$ 라 할 때,

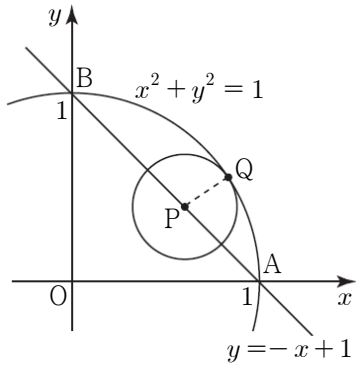
$\lim_{r \rightarrow 4^-} \frac{S(r)}{\sqrt{8-2r}}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < r < 4$)



유형 10 함수의 극한 활용 2

대표기출

60. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y = -x + 1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 동점 P가 선분 AB 위를 움직일 때, 점 P를 중심으로 하고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 제1사분면에서 접하는 원을 그려, 그 접점을 Q라 하자. 점 P가 점 A에 한없이 가까워질 때, $\frac{\overline{PQ}}{\overline{PA}}$ 의 값은 α 에 한없이 가까워진다. $10\alpha^2$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.)



- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

Note



61. 실수 a 에 대하여 집합 $\{x \mid x^2 - 1 = a, x \text{는 실수}\}$ 의 원소의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow -1^+} f(a)$ 의 값은?

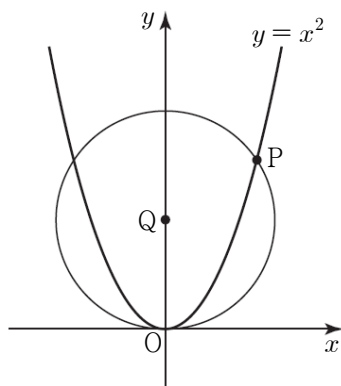
- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

62. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점과 직선 $y = -rx + 2r$ 사이의 거리의 최댓값을 $M(r)$, 최솟값을 $m(r)$ 라 할 때,

$\lim_{r \rightarrow 0^+} \frac{M(r)}{m(r)}$ 의 값은? (단, $0 < r < \sqrt{3}$)

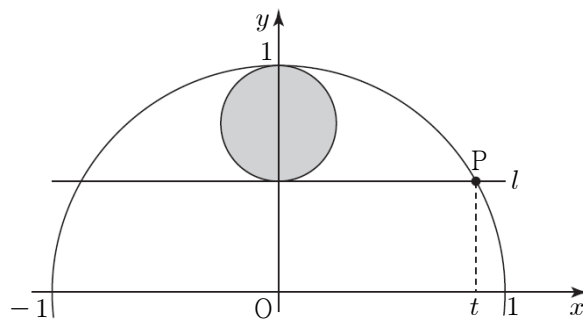
- ① $\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3
- ⑤ 4

63. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 위의 원점이 아닌 점 P에 대하여 점 P와 원점 O를 지나고 y 축 위의 점 Q를 중심으로 하는 원이 있다. 점 P가 곡선 $y = x^2$ 을 따라 원점 O에 한없이 가까워질 때, 점 Q는 점 $(0, a)$ 에 한없이 가까워진다. $10a$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)



- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

64. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 점 중 제1사분면 위를 움직이는 점 P의 x 좌표를 t , P를 지나고 x 축에 평행한 직선을 l 이라 하자. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 $(0, 1)$ 에서 접하고 직선 l 과 접하는 원의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^n}$ 의 값이 존재하도록 하는 자연수 n 의 최댓값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

65. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow 3} \{3f(x) - 2g(x)\} = 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 4g(x)}{f(x) - g(x)}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

66. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$ 을 만족할 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + 3g(x)}{f(x) - \frac{1}{2}g(x)}$ 의 값은? (단, $g(x) \neq 0$ 이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

67. 두 실수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-x+a}}{x+1} = b$ 를 만족시킬

때, $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$
 ④ $-\sqrt{2}$ ⑤ $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$

68. 두 양수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - b}{x - a} = b$ 일 때, a, b 의

합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

69. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$,

$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ 이고 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = 1$,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = -6$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 5}{g(x) + 1}$ 의 값은?

(단, $\alpha \geq \beta$)

- ① 2 ② 1 ③ 0
 ④ -1 ⑤ -2

70. 극한값 $\lim_{x \rightarrow -4^+} (2x + [x])$ 는? (단, $[x]$ 는 x 보다
크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -15 ② -13 ③ -12
 ④ -10 ⑤ -9

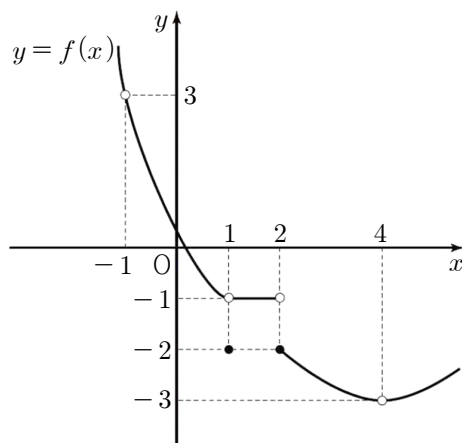
71. 어떤 정수 n 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow n} \frac{[x]^2 + x}{[x]} = k$ 일 때, 상수

k 의 값에 대하여 $n + k$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은
최대의 정수이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

72. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은?



- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ 1 ⑤ 2

73. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$ 인 함수

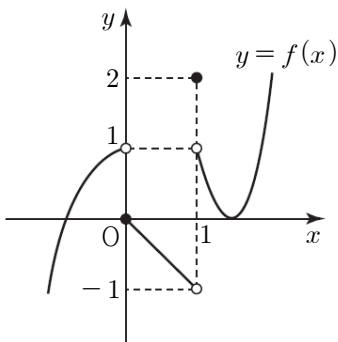
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (-2 \leq x < -1) \\ 1 & (-1 \leq x < 1) \\ \frac{1}{2}x-1 & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}, g(x) = x^2 - 2x$$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(g(x))$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ -1 ⑤ $-\frac{3}{2}$

74. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(f(x))$ 의 값을 구하시오.



75. 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$4x^2 + 1 < f(x) < 4x^2 + 2x + 3$$

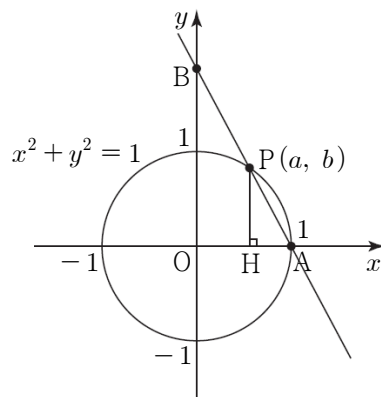
를 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 + x + 4}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

76. 점 A(1, 0)과 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 제 1사분면 위의

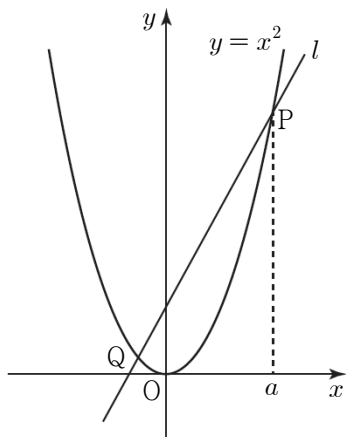
점 P(a, b)를 지나는 직선이 y축과 만나는 점을 B라 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라고 할 때,

$\lim_{a \rightarrow 1^-} \frac{\overline{OB} \times \overline{AH}}{\overline{PA}}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

77. 그림과 같이 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점 $P(a, a^2)$ 을 지나고 기울기가 2인 직선 l 이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OP}}{\overline{OQ}}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

78. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5f(x)}{\sqrt{f(x) + 4x^2 + 3f(x)}} = 2$ 일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1
 ④ 2 ⑤ 4

79. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{|x|} = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left\{ 2 - \frac{1}{x^2} \right\} = -\infty$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-3x - [x^2]}{[-x]} = 2$
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

80. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x}{x^2} = -1$,

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 4$ 를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -20 ② -10 ③ 0
 ④ 10 ⑤ 20

81. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + x + 2} = 2$$

일 때, $f(4)$ 의 값은?

- ① 18 ② 21 ③ 24
 ④ 27 ⑤ 30

82. 실수 a 에 대하여 $y = ax$ 와 원

$(x - \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1$ 의 교점의 개수를 $f(a)$ 라 하자.

$\lim_{a \rightarrow 0^-} f(a) + \lim_{a \rightarrow \sqrt{3}^-} f(a)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

83. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 2x + 2a}{f(x) + 2x - 2a} = \frac{4}{7}$$

를 만족시킨다. 함수 $y = f(x)$ 가 서로 다른 두 개의 x 절편 α, β 을 가질 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값을 구하시오.
 (단, a 는 상수이다.)

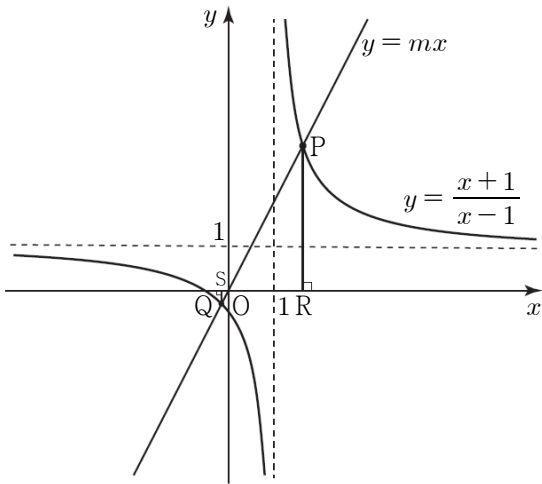
84. 그림과 같이 직선 $y = mx$ ($m > 0$)이 곡선

$y = \frac{x+1}{x-1}$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 P, 제3사분면에서

만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 R, S라고 하자. 두 삼각형 OPR, OQS의 넓이를

각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라고 할 때, $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{mf(m)g(m)}{3(f(m)-g(m))}$ 의

값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

85. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 점 (2, 2)에서 서로 만나고, 다음 조건을 모두 만족시킨다. $f(4)g(4)$ 의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+3)g(x+3) - 9}{x} = -12$

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)+g(x)-6} = -\frac{1}{4}$

(다) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - g\left(\frac{1}{x}\right) \right\} = 2$

86. 최고차항의 계수가 모두 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 0, g(2) = 0$
 (나) 두 극한값 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x-1)}{f(x)}$ 이 모두 존재한다.
 (다) 극한값 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{f(x)}$ 는 존재하지 않는다.

$f(4) + g(4)$ 의 값을 구하시오.

87. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 이다. 다음 중 $x \rightarrow \infty$ 일 때의 그

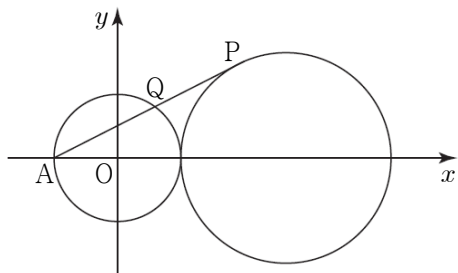
극한이 항상 존재하는 함수의 개수는?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이고, $f(x) \neq 0$ 이다.)

- ㉠. $\frac{x}{f(x)}$
 ㉡. $\frac{|f(x)|}{x}$
 ㉢. $\frac{[f(x)]}{x}$
 ㉣. $\left[\frac{f(x)}{x} \right]$
 ㉤. $\left[\frac{\{f(x)\}^2 + x^2}{xf(x)} \right]$

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

88. 그림과 같이 양수 r 에 대하여 점 $A(-1, 0)$ 에서 원 $(x-r-1)^2 + y^2 = r^2$ 에 그은 접선의 접점을 P 라 하고, 선분 AP 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 Q 라 하자. 점 P 의 y 좌표가 양수일 때, $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\overline{PQ}}{\sqrt{r}}$ 의 값은?

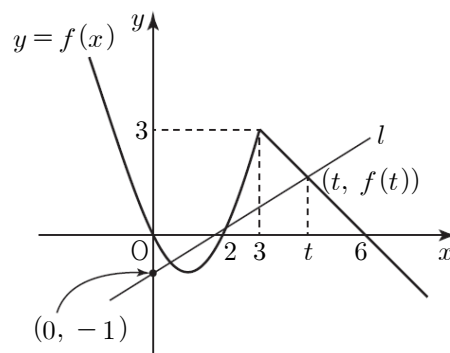


- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

89. 그림과 같이 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x \leq 3) \\ -x + 6 & (x > 3) \end{cases}$$

과 임의의 실수 t 에 대하여 두 점 $(0, -1)$, $(t, f(t))$ 를 지나는 직선 l 이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 예를 들어, 두 점 $(0, -1)$, $(0, f(0))$ 을 지나는 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점의 개수가 1이므로 $g(0) = 1$ 이다. $\lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} g(t)$ 를 만족시키는 서로 다른 실수 a 의 값은 a_1, a_2, \dots, a_n 의 n 개다. $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 의 값을 구하시오.



1. 함수의 극한

- | | | | | | | | |
|------------------------|-------------------|-------|--------------------|----------|--------------------|--------------------|----------|
| 01. ⑤ | 02. ③ | 03. ② | 04. ⑤ | 05. ② | 06. ④ | 07. ④ | 08. ① |
| 09. $a=-1, b=-2, c=-3$ | | | 10. -8 | 11. ③ | 12. ④ | 13. ③ | 14. ⑤ |
| 15. ② | 16. $\frac{1}{2}$ | 17. ① | 18. ② | 19. ② | 20. -6 | 21. ⑤ | 22. ② |
| 23. ① | 24. ① | 25. ① | 26. ⑤ | 27. ③ | 28. 10 | 29. $g(x)=x^2-x-6$ | |
| 30. ④ | 31. -6 | 32. ④ | 33. 10 | 34. 13 | 35. ⑤ | 36. ④ | 37. ⑤ |
| 38. ① | 39. ④ | 40. ③ | 41. ③ | 42. -5 | 43. ① | 44. ② | 45. ② |
| 46. ③ | 47. $\frac{6}{5}$ | 48. ② | 49. ① | 50. ⑤ | 51. $\frac{1}{2}$ | 52. 5 | 53. ④ |
| 54. ⑤ | 55. ① | 56. 3 | 57. ⑤ | 58. ③ | 59. 8 | 60. ④ | 61. ③ |
| 62. ④ | 63. ③ | 64. ④ | 65. ⑤ | 66. ② | 67. ⑤ | 68. 6 | 69. ① |
| 70. ③ | 71. ① | 72. ② | 73. ① | 74. 1 | 75. ② | 76. ① | 77. ④ |
| 78. ⑤ | 79. ⑤ | 80. ① | 81. ④ | 82. ③ | 83. $\frac{22}{3}$ | 84. ② | 85. -4 |
| 86. 12 | 87. ④ | 88. ② | 89. $\frac{22}{3}$ | | | | |

2. 함수의 연속

- | | | | | | | | |
|---|--------------------|-------|-------------------|-------|--------------------|--------------------|-------|
| 01. ① | 02. ① | 03. ① | 04. $\frac{7}{2}$ | 05. 7 | 06. -3 | 07. 4 | 08. ① |
| 09. ④ | 10. ② | 11. ② | 12. ③ | 13. ① | 14. ③ | 15. ③ | 16. ③ |
| 17. ① | 18. ① | 19. ② | 20. 7 | 21. ① | 22. $a=0, b=-1$ | | 23. ③ |
| 24. ④ | 25. $-7, -1, 0, 9$ | 26. ① | 27. 20 | 28. ④ | 29. 12 | | 30. ④ |
| 31. ④ | 32. ⑤ | 33. ③ | 34. ⑤ | 35. ③ | 36. ③ | 37. -14 | |
| 38. $-\frac{1}{3}, 1, 4, 5, \frac{13}{2}$ | 39. ④ | 40. 2 | 41. ④ | 42. ② | 43. $\frac{13}{2}$ | 44. ② | |
| 45. ② | 46. ③ | 47. ⑤ | 48. ⑤ | 49. ⑤ | 50. 34 | 51. ④ | 52. ③ |
| 53. ④ | 54. ④ | 55. ① | 56. ③ | 57. ④ | 58. ③ | 59. ③ | 60. ③ |
| 61. ③ | 62. ③ | 63. 5 | 64. ③ | 65. ① | 66. ① | 67. $-\frac{1}{2}$ | 68. ① |
| 69. 10 | 70. ① | 71. ① | 72. ③ | 73. ① | 74. ⑤ | 75. ① | 76. ① |
| 77. ④ | 78. ③ | 79. ④ | 80. ⑤ | 81. ③ | 82. ② | 83. 13 | 84. ④ |
| 85. ③ | 86. ① | 87. ④ | 88. 22 | 89. ③ | 90. ① | | |