2020

수학 2 내신대비 심화

백 인 대 장

수학2

함수의 연속

100人대장
'Quality Education Creation'

– 백인대장 –

유형 1. 함수의 연속 조건

1. 연속함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $f(15)$의 값을 구하시오. (단, $a,\ b$는 상수이다.)

(가) $f(x)=\begin{cases}2x-4 & (0\le x<2)\\ x^2+ax+b & (2\le x\le 4)\end{cases}$
(나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$

2. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to -1} f(x)=1$
(나) $\lim_{x\to 0-} f(x)=2,\ \lim_{x\to 0+} f(x)=3$

함수 $f(x)+f(-x)$가 $x=0$에서 연속이고, 함수 $f(x+1)(f(x)-1)$이 $x=-1$에서 연속일 때, $f(-1)+f(0)$의 값을 구하시오.

3. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-x+12 & (x\text{는 정수가 아닐 때})\\ x+k & (x\text{는 정수일 때})\end{cases}$$

로 정의하자. 열린 구간 $(-4,\ 3)$에서 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값의 개수가 4가 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은?

① 19 ② 21 ③ 25
④ 27 ⑤ 31

유형 2. 함수의 연속 참 · 거짓 판단 문제

4. 두 함수 $f(x),\ g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x\to a} g(x)$와 $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x)$의 값도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < g(x)$이고, $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x) < \lim_{x\to a} g(x)$이다.

ㄷ. $f(x),\ g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄹ. 두 함수 $f(x),\ g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $(f \circ g)(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ, ㄷ　③ ㄱ, ㄹ
④ ㄷ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

5. 모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $\{f(x)\}^2$이 $x=a$에서 연속이면 함수 $|f(x)|$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $(f \circ f)(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $f(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=g(a)$에서 연속이고, 함수 $(f \circ g)(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $g(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 3. 곱함수의 연속성

6. 함수 $f(x)=x^2+6x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x-3) & (x \le a) \\ 3x+6a & (x>a) \end{cases}$$

와 같이 정의하자. 함수 $f(x)g(x)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 a의 값을 모두 구하시오.

7. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & (x \ne 1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$ 와 이차함수 $g(x)$에 대하여 $g(0)=5$이고 $f(x)g(x)$가 모든 실수에서 연속일 때, $g(3)$의 값을 구하시오.

8. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x \le 1) \\ k(x-1) & (x>1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를
$g(x)=f\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\left\{f(x)-\dfrac{2}{3}\right\}$로 정의하자. 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 양수 k의 값은?

① $\dfrac{1}{9}$　② $\dfrac{2}{9}$　③ $\dfrac{1}{3}$

④ $\dfrac{4}{9}$　⑤ $\dfrac{5}{9}$

유형 4. 합성함수의 연속성 1 (다항함수가 밖에 합성되는 경우)

9. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x \geq 1) \\ x^2-3 & (x<1) \end{cases},\ g(x)=x^2-2x+3$$

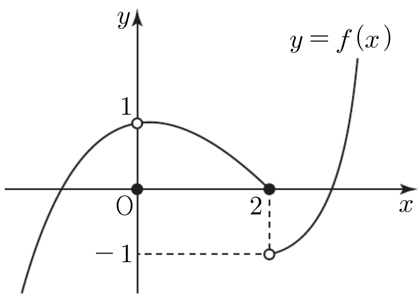
에 대하여 함수 $g(f(x))$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은?

① 10　② 8　③ -4　④ -8　⑤ -9

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다. 삼차함수 $g(x)$는

$$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-2}{x}=-2$$

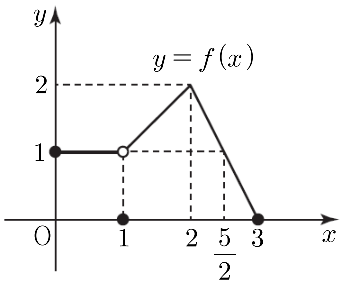
를 만족하고 합성함수 $(g\circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은?



① 44　② 46　③ 48　④ 50　⑤ 52

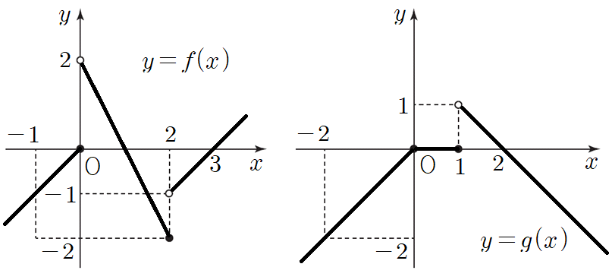
유형 5. 합성함수의 연속성 2 (불연속 함수끼리의 합성)

11. 구간 $[0,\ 3]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 합성함수 $(f\circ f\circ f)(x)$가 불연속인 점의 개수는?



① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

12. 함수 $f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$-1\le x\le 5$에서 $y=(g\circ f)(x)$의 불연속인 점의 x좌표의 합을 구하시오.

유형 6. 가우스 기호를 포함한 함수의 연속

13. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 있다.

(가) $-1 \le x \le 1$일 때, $f(x)=4x^2$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$

이때, $-6 < x < 6$에서 함수 $y=[f(x)]$의 불연속점의 개수는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 36 ② 42 ③ 48
④ 54 ⑤ 60

14. 실수 x에 대하여 함수

$$f(x)=[x]^2+ax[x]$$

가 $x=-1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

유형 7. 특수하게 정의된 함수의 연속성

15. 실수 k에 대하여 원 $x^2+y^2=1$과 곡선 $y=x^2+k$가 만나서 생기는 서로 다른 교점의 개수를 $f(k)$라 하자. 함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수에서 연속이 되고 최고차항의 계수가 1인 함수 $g(x)$ 중 차수가 가장 낮은 다항함수 $g(x)$에 대하여 $g(3)$의 값을 구하시오.

16. 함수 $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4} & \left(x \geq -\dfrac{1}{2}\right) \\ 2x+2 & \left(x < -\dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 t인 원이 함수 $f(x)$와 만나는 교점의 개수를 $g(t)$라고 하자. 함수 $y=g(t)$가 $r=\alpha$에서 불연속일 때, 실수 α의 값의 합은? (단, $t>0$이다.)

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　② $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　③ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
④ $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$　　⑤ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

17. 실수 a에 대하여 집합
$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$의 원소의 개수를 $f(a)$라 하자. 함수 $f(a)$의 불연속 점의 개수를 p개라 하고, $f\left(\dfrac{5}{2}\right)=q$일 때, $p+q$의 값은?

(단, p, q는 상수이다.)

① 3　　② 4　　③ 5
④ 6　　⑤ 7

유형 8. 최대최소의 정리, 사잇값 정리

18. 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x)$$

를 만족시키고 $f(-3)=f(-2)=f(-1)=3$일 때, 방정식 $f(x)+2x=0$은 구간 $(-3,\ 3)$에서 적어도 n개의 실근을 가진다. 자연수 n의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

19. 연속함수 $f(x)$가 $f(-1)=1,\ f(1)=-1$을 만족할 때, 열린 구간 $(-1,\ 1)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는 방정식을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(x)-x=0$ ㄴ. $f(x)+x=0$
ㄷ. $\{f(x)\}^2+2f(x)=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1등급 Challenge

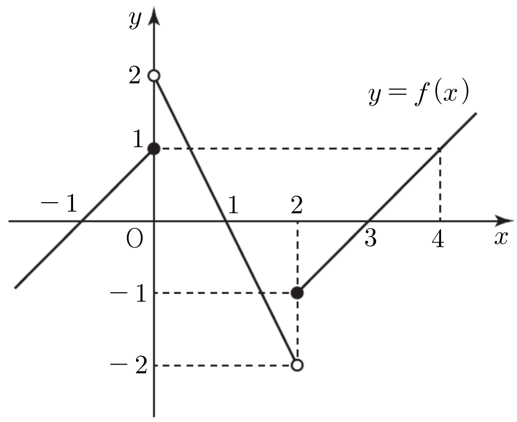
20. 함수 $f(x)$는 $x \geq 0$에서 정의된 함수로 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 1$일 때, $f(x) = \dfrac{1}{3}x + C$ (C는 상수)
(나) $x > 1$일 때, $f(x) = f(x - [x])\{1 + f(x-1)\}$

함수 $f(x)$가 $x = 1$에서 연속일 때, 상수 $9C^2$의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $\dfrac{1}{3}$　② 1　③ 3
④ 9　⑤ 27

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $f(1) = f(3) = 0$)



〈 보 기 〉

ㄱ. $\lim_{x \to 0+} f(x) = 1$
ㄴ. 함수 $f(x)f(x+3)$는 $x = 0$에서 연속이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)f(x+1) + 2x - 5 = 0$은 열린 구간 $(1,\ 3)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답 및 해설

1) -3

$f(x)$가 연속함수이므로 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이어야 하고,
$f(x+4)=f(x)$이므로 $f(x)$가 실수전체에서 연속이려면
$f(0)=f(4)$이어야 한다.
따라서 $4a+b+16=-4,\ 2a+b+4=0$이고, $a=-8,\ b=12$이다.
$f(15)=f(3)=-3$

2) $\dfrac{7}{2}$

$\lim_{x\to 0+}\{f(x)+f(-x)\}=\lim_{x\to 0-}\{f(x)+f(-x)\}=5$
$=2f(0)$ (함수 $f(x)+f(-x)$가 $x=0$에서 연속이므로)
$\therefore f(0)=\dfrac{5}{2}$
$\lim_{x\to -1+}f(x+1)(f(x)-1)=\lim_{x\to -1-}f(x+1)(f(x)-1)=0$
$=f(0)\times\{f(-1)-1\}$
$\therefore f(-1)=1$
$f(-1)+f(0)=\dfrac{7}{2}$

3) ②

4) ①

ㄱ. $\lim_{x\to a}g(x)=\alpha,\ \lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{f(x)}=\beta$라 하면

$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}\left\{g(x)\times\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}$
$=\left(\lim_{x\to a}g(x)\right)\cdot\left(\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)=\alpha\beta$ (참)

ㄴ. 반례) $f(x)=0,\ g(x)=\begin{cases}x^2 & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$이면 $f(x)<g(x)$
이지만 $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}g(x)=0$이다. (거짓)

ㄷ. 반례) $f(x)=1,\ g(x)=x-a$이면 두 함수 모두 $x=a$에서
연속이지만 $\dfrac{f(x)}{g(x)}-\dfrac{1}{x-a}$은 $x=a$에서 불연속이다.
(거짓)

ㄹ. 반례) $f(x)=\dfrac{1}{x},\ g(x)=x-1$이면 두 함수 모두 $x=1$에서
연속이지만 $(f\circ g)=\dfrac{1}{x-1}$은 $x=1$에서 불연속이다.
(거짓)

5) ①

6) $-7,\ -1,\ 0,\ 9$

$f(x)=(x+3)^2+a-9$

$g(x)=\begin{cases}x^2+a-9 & (x\le a)\\ 3x+6a & (x>a)\end{cases}$

$f(x)g(x)=\begin{cases}(x^2+6x+a)(x^2+a-9) & (x\le a)\\ (x^2+6x+a)(3x+6a) & (x>a)\end{cases}$

$(a^2+7a)(a^2+a-9)=(a^2+7a)9a$
$a^2+7a=0$ or $a^2+a-9=9a$
$\therefore a=0,\ -7,\ -1,\ 9$

7) 20

함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수에서 연속이므로 $x=1$에서도 연속이어야 한다.
$\therefore \lim_{x\to 1}f(x)g(x)=f(1)g(1)$
$\lim_{x\to 1+}f(x)=\infty,\ \lim_{x\to 1-}f(x)=-\infty$이므로 $\lim_{x\to 1}f(x)g(x)$의 값이
존재하려면 $\lim_{x\to 1}g(x)=0$이어야 한다.
따라서 $g(x)=k(x-1)(x-a)$라고 둘 수 있다.
$\lim_{x\to 1}f(x)g(x)=\lim_{x\to 1}k(x-a)=0$이므로 $k(1-a)\equiv 0$이고,
$g(0)=5$이므로 $ak=5\quad\therefore\ a=1,\ k=5$
$g(x)=5(x-1)^2$이므로 $g(3)=20$

8) ④

함수 $f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.
따라서 $g(x)=f\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\left\{f(x)-\dfrac{2}{3}\right\}$이 불연속이 될 수 있는 점의
x좌표는 1과 $\dfrac{5}{2}$이다.

i) $\lim_{x\to 1+}g(x)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)=0$
$\lim_{x\to 1-}g(x)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{7}{3}=0$
$g(1)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\left\{f(1)-\dfrac{2}{3}\right\}=0$
따라서 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ii) $\lim_{x\to\frac{5}{2}+}g(x)=0\cdot\left(\dfrac{3}{2}k-\dfrac{2}{3}\right)=0$
$\lim_{x\to\frac{5}{2}-}g(x)=3\cdot\left(\dfrac{3}{2}k-\dfrac{2}{3}\right)=0$
$g\left(\dfrac{5}{2}\right)=3\left(\dfrac{3}{2}k-\dfrac{2}{3}\right)$
$\therefore \dfrac{3}{2}k-\dfrac{2}{3}=0,\ k=\dfrac{4}{9}$

9) ⑤

함수 $g(f(x))$가 $x=1$에서 연속이므로
$\lim_{x\to 1}g(f(x))=g(f(1))=a^2+2$이다.
$\lim_{x\to 1+}g(f(x))=a^2+2,\ \lim_{x\to 1-}g(f(x))=g(-2)=11$
$\therefore\ a^2+2=11,\ a=\pm 3$이다.
따라서 모든 상수 a의 값의 곱은 -9이다.

10) ④

$f(x)$가 불연속인 $x=0,\ x=2$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to0}g(f(x))=g(1),\ g(f(0))=g(0)$이므로 $g(0)=g(1)$

$\lim_{x\to2+}g(f(x))=g(-1),\ \lim_{x\to2-}g(f(x))=g(f(x))=g(0)$이므로

$g(0)=g(-1)$

즉, $g(0)=g(1)=g(-1)$이므로

$g(x)=ax(x-1)(x+1)+k$로 둘 수 있다.

그런데 $\lim_{x\to0}\frac{g(x)-2}{x}=-2$에서 $g(0)=2$이다.

따라서 $\lim_{x\to0}\frac{ax(x-1)(x+1)}{x}=-a=-2$이므로

$g(x)=2x(x-1)(x+1)+2$

$\therefore\ g(3)=50$

11) ②

$x=1,\ x=\frac{5}{2}$, 2개

12) $\frac{13}{2}$

$y=f(x)$가 불연속인 점은 $x=0,\ 2$

$g(x)$가 불연속인 점은 $x=1$

즉 $x=0$과 $x=2$, $y=f(x)$의 함숫값 또는 극한값이 1이 되는

$x=\frac{1}{2},\ 4$에서의 연속성만 조사해 주면 된다.

ⅰ) $\lim_{x\to0}(g\circ f)(x)=0,\ g(f(0))=g(0)=0$

$x=0$에서 연속

ⅱ) $\lim_{x\to\frac{1}{2}}(g\circ f)(x)=1,\ g\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=g(1)=0$

$x=\frac{1}{2}$에서 불연속

ⅲ) $\lim_{x\to2+}(g\circ f)(x)=-1,\ \lim_{x\to2-}(g\circ f)(x)=-2$

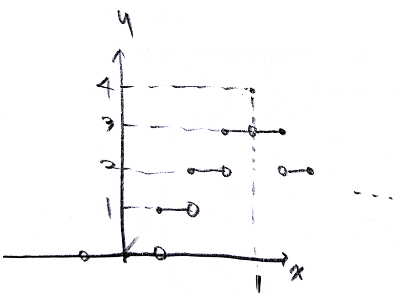
$x=2$에서 불연속

ⅳ) $\lim_{x\to4}(g\circ f)(x)=1,\ g(f(4))=g(1)=0$

$x=4$에서 불연속

$\therefore\ \frac{1}{2}+2+4=\frac{13}{2}$

13) ②



1주기에 x가 홀수인 정수의 경우를 제외하면 6개

$6\times6+6=42$

14) ③

15) 34

곡선 $y=x^2+k$가 원 $x^2+y^2=1$에 접할 때의 k값은 다음과 같다.

$x^2=y-k$를 대입하면 $y^2+y-k-1=0$

판별식 $D=0$이므로 $1+4k+4=0$, $k=-\frac{5}{4}$

따라서 함수 $f(k)$가 $k=-\frac{5}{4}$에서 불연속임을 알 수 있다.

또한 함수 $f(k)$는 ±1에서 불연속이다.

따라서 함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 연속이 되도록 하는

$g(x)$는 $x-1,\ x+1,\ x+\frac{5}{4}$를 인수로 갖는다.

$\therefore g(x)=(x-1)(x+1)\left(x+\frac{5}{4}\right)$

$g(3)=2\times4\times\frac{17}{4}=34$

16) ④

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$과 $(0,\ 0)$ 사이의 거리는 $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

$-y=2x+2$와 $(0,\ 0)$ 사이의 거리는 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ㅠ

$(0,\ 0)$과 $f(x)$의 그래프가 변하는 $\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$ 사이의 거리는 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ 0<t<\frac{3\sqrt{5}}{10}$일 때 $g(t)=0$

$t=\frac{3\sqrt{5}}{10}$일 때 $g(t)=1$

$\frac{3\sqrt{5}}{10}<t<\frac{2\sqrt{5}}{5}$일 때 $g(t)=2$

$t=\frac{2\sqrt{5}}{5}$일 때 $g(t)=3$

$\frac{2\sqrt{5}}{5}<t<\frac{\sqrt{5}}{2}$일 때 $g(t)=4$

$t=\frac{\sqrt{5}}{2}$일 때 $g(t)=3$

$t>\frac{\sqrt{5}}{2}$일 때 $g(t)=2$

$\therefore\ \alpha=\frac{3\sqrt{5}}{10},\ \frac{2\sqrt{5}}{5},\ \frac{\sqrt{5}}{2}$

이들의 합은 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

17) ③

집합 $\{x\,|\,ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x는\ 실수\}$을

만족하려면

$ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0$에서

(ⅰ) $a=0$일 때, $-4x+2=0$이므로 $x=\frac{1}{2}$

(ii) $a \neq 0$일 때,

$ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0$은 이차식

이때, 판별식을 구해보면

$$\frac{D}{4}=(a-2)^2+a(a-2)$$
$$=(a-2)(2a-2)$$
$$=2(a-2)(a-1)$$

ㄱ. $2(a-2)(a-1)>0$이면 $f(a)=2$

ㄴ. $2(a-2)(a-1)=0$이면 $f(a)=1$

ㄷ. $2(a-2)(a-1)<0$이면 $f(a)=0$

(i), (ii)에서

$$f(a)=\begin{cases} 0 & (1<a<2) \\ 1 & (a=0,\ 1,\ 2) \\ 2 & (a>2,\ a<1) \end{cases}$$

따라서 함수 $f(a)$는 $a=0$, $a=1$, $a=2$에서 불연속하므로

불연속점의 개수 $p=3$

$f\left(\frac{5}{2}\right)=2$이므로 $q=2$

$\therefore\ p+q=5$

18) ③

19) ③

ㄱ. $f(x)-x=g(x)$라 하자.

$g(-1)=2$, $g(1)=-2$

함수 $g(x)$는 구간 $(-1,\ 1)$에서 연속이므로 사잇값 정리에 의해

주어진 방정식은 주어진 구간에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f(x)+x=h(x)$라 하자.

$h(-1)=h(1)=0$

방정식 $h(x)=0$이 구간 $(-1,\ 1)$에서 실근을 갖는지는 알 수 없다.

ㄷ. $\{f(x)\}^2+2f(x)=i(x)$라 하자.

$i(-1)=3$, $i(1)=-1$이고 $i(x)$가 연속함수이므로 사잇값 정리에

의해 구간 $(-1,\ 1)$에서 주어진 방정식은 적어도 하나의 실근을 갖는다.

20) ③

$$\lim_{x\to1-}f(x)=f(1)=\frac{1}{3}+C$$

$x>1$에서

$f(x)=f(x-[x])\{1+f(x-1)\}$

$$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to0+}f(x)\{1+f(x)\}$$
$$=C(1+C)$$
$$=C^2+C$$

연속이므로

$$C^2+C=C+\frac{1}{3}$$

$\therefore\ C^2=\frac{1}{3}$, $9C^2=3$

21) ④

ㄱ. $\lim_{x\to0+}f(x)=2$

ㄴ. $f(0)f(3)=0$

$\lim_{x\to0+}f(x)f(x+3)=0$

$\lim_{x\to0-}f(x)f(x+3)=0$

ㄷ. $f(2)f(3)=0$

$\lim_{x\to2}f(x)f(x+1)=0$이므로

$f(x)f(x+1)$은 열린 구간 $(1,\ 3)$에서 연속

$f(1)f(2)-3=-3$

$f(3)f(4)+1=1$이므로

열린 구간 $(1,\ 3)$에 적어도 하나의 실근이 존재한다.