

나에게 수능은 단 한 번이다!

100
Days

백 인 대 장

백일 대장

수학영역 가형

4TH week



'Quality Education Creation'

22-01

1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_3 a^6 = \log_{\sqrt{3}} \frac{b}{a}$$

가 성립할 때, $(\log_5 a)(\log_b 25)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2

22-02

동전 6개를 동시에 던져서 앞면이 나온 동전의 개수를 a 라 하고, 주사위 1개를 던져서 나온 눈의 수를 b 라 할 때, $b - a = 2$ 일

확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22-03

8개의 문자 A, A, B, B, C, C, C, C를 일렬로 나열할 때,
문자 A가 서로 이웃하지 않을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을
구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22-04

함수 $f(x) = \log_a(x+1)$ ($a > 0, a \neq 1$)에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{k}{n^2} \times f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) \right\} = 1$$

을 만족시키는 상수 a 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{\sqrt{e}}$

② $\frac{2}{\sqrt{e}}$

③ $\frac{1}{e}$

④ $\frac{2}{e}$

⑤ $\frac{1}{e^2}$

22-05

주사위 한 개를 n 번 던질 때, 3의 약수의 눈이 나온 횟수를 X 라 하고, $a_k = P(X \geq k)$ 라 하자. (단, k 는 n 이하의 자연수이다.)

다음은 $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 값을 구하는 과정이다. [4점]

$$a_k = P(X \geq k) = \sum_{i=k}^n P(X = i)$$

이므로

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$= P(X \geq 1) + P(X \geq 2) + \dots + P(X \geq n)$$

$$\sum_{k=1}^n a_k$$

$$= \sum_{i=1}^n P(X = i) + \sum_{i=2}^n P(X = i) + \sum_{i=3}^n P(X = i) + \dots + \sum_{i=n-1}^n P(X = i) + \sum_{i=n}^n P(X = i)$$

$$= \sum_{k=1}^n \boxed{(가)} \cdot P(X = k)$$

이다. 그런데

X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$P(X = k) = {}_n C_k \times \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{n-k}$$

이다.

따라서

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{(나)}$$
 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(18)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

22-06

좌표평면에 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 있다.

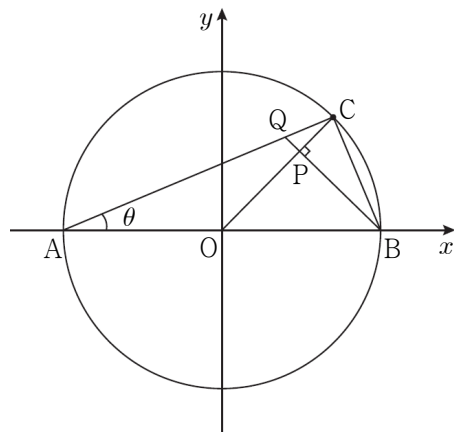
두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 과 원 위의 점 C 에 대하여

$\angle CAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)라고 하자. 점 B 에서 직선 OC 에

내린 수선의 발을 P , 선분 BP 의 연장선이 선분 AC 와 만나는 점을 Q 이라 할 때, 삼각형 CQP 의 넓이를 $S_1(\theta)$, 삼각형

CPB 의 넓이를 $S_2(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1(\theta)}{\theta^n \times S_2(\theta)} = a$ 를

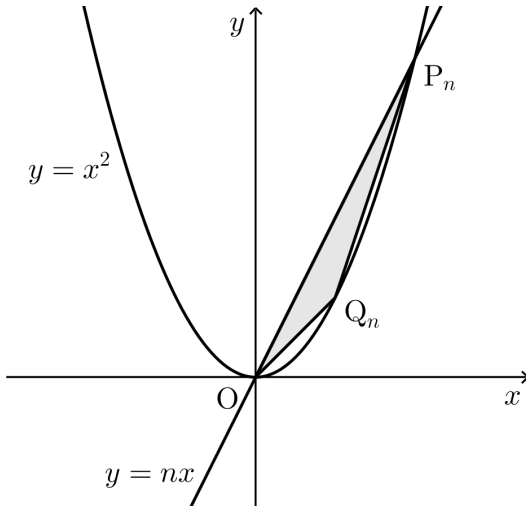
만족시키는 자연수 n 과 양수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



22-07

그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2$, 직선 $y = nx$ 의 교점 중에서 원점이 아닌 점을 P_n 이라 하자. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 Q_n 에 대하여 삼각형 OP_nQ_n 의 넓이의 최댓값을 S_n 이라 할

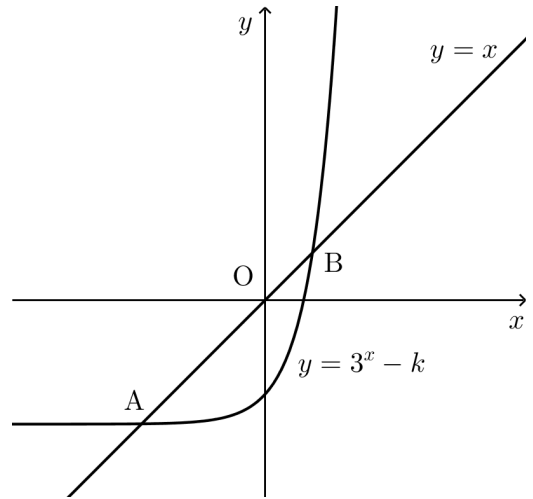
때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3 + 1}$ 의 값은? (단, O 는 원점이고 Q_n 의 x 좌표는 0보다 크고 점 P_n 의 x 좌표보다 작다.) [4점]



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

22-08

양수 k 에 대하여 함수 $y = 3^x - k$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 그림과 같이 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 점 B의 x 좌표를 a 라 하자. 3^a 의 값은? [4점]



- ① $\frac{81}{23}$ ② $\frac{81}{24}$ ③ $\frac{81}{25}$
- ④ $\frac{81}{26}$ ⑤ 3

22-09

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_1^x f(t)dt$$

로 정의하자. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\int_1^3 f(x) \ln x dx \text{의 값은? [4점]}$$

(가) $\int_0^{\ln 3} e^x f(e^x) dx = 5$
 (나) $\int_0^{\ln 3} g(e^x) dx = 2\ln 3$

- ① $\ln 3$ ② $2\ln 3$ ③ $3\ln 3$
 ④ $4\ln 3$ ⑤ $5\ln 3$

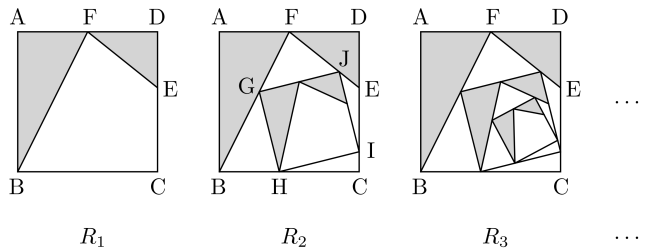
22-10

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 선분 CD를 3:2로 내분하는 점을 E, 선분 AD의 중점을 F라 할 때, 두 삼각형 ABF와 DEF에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 사각형 BCEF의 각 변에 내접하는 정사각형 GHIJ를 그리고 이 정사각형에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



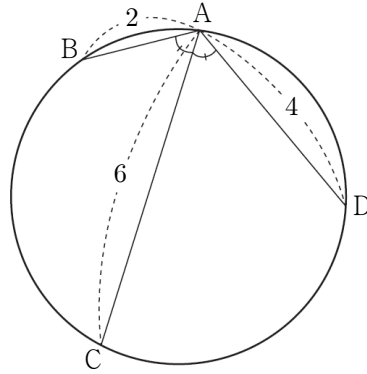
23- 01

0보다 크고 1보다 작은 실수 k 에 대하여, $0 < x < 2\pi$ 에서 방정식 $\sin^2 x = k$ 의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것은 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 하자. m 개의 수 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{3}{8}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

23- 02

그림과 같이 원 O 위의 네 점 A, B, C, D 에 대하여 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AD} = 4$, $\angle CAB = \angle CAD$ 일 때, 원 O 의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



23 - 03

자연수 n 에 대하여 첫째항이 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이
 $|a_2 - 8| = a_7 - 8$, $|a_1 + a_2 + a_3| = a_4$ 를 만족시킬 때,
 a_5 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

23 - 04

어느 식품회사에서 새로 개발한 삼각김밥 한 개의 무게는 평균이 200g, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 식품회사에서 판매하는 삼각김밥 한 상자에는 임의추출한 100개의 삼각김밥이 들어 있고, 삼각김밥 한 상자의 무게가 19680g 미만인 것은 불량품으로 판정한다고 한다. 이 식품회사에서 판매하는 삼각김밥 한 상자를 임의로 선택할 때, 선택한 삼각김밥 한 상자가 불량품으로 판정될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 상자의 무게는 고려하지 않는다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452
1.8	0.4641
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0359 ③ 0.0548
 ④ 0.0808 ⑤ 0.1151

23-05

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 인 θ 에 대하여 $\overline{AB} = 1$ 이고,

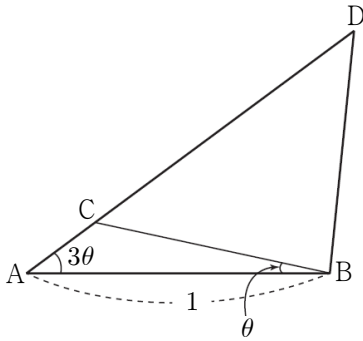
$\angle CAB = 3\theta$, $\angle CBA = \theta$ 인 삼각형 ABC가 있다.

직선 AC 위에 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 를 만족시키는 점을 D라고 할 때,

삼각형 ABD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta} = \frac{q}{p}$ 일 때,

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



23-06

모든 실수 x 에서 $f(x) > 0$ 이고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln f(x)}{x-1} = 3$ 을 만족시킬 때, 함수 $g(x) = xe^{f(x)}$ 에

대하여 $g'(1) = ke$ 이다. 상수 k 의 값을 구하시오.

(단, e 는 자연로그의 밑이다.) [4점]

23-07

곡선 $y = 2^x$ 이 두 곡선 $y = a^x, y = a^{x+1}$ 과 만나는 점을 각각 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a \neq 2$ 이고 $a > 0$) [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $a = \frac{1}{4}$ 이면 $x_1 - x_2 = \frac{2}{3}$ 이다.
- ㄴ. $1 < a < 2$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는 직선 OQ의 기울기보다 크다. (단, O는 원점이다.)
- ㄷ. $a > 2$ 에서 a 의 값이 커질수록 \overline{PQ} 의 값이 커진다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23-08

한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수 중 최댓값을 확률변수 X 라고 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 x_1, x_2, x_3 이라 하자.

자연수 $k(1 \leq k \leq 6)$ 에 대하여

(i) 확률변수 X 가 k 이하하려면

$$x_1 \leq k, x_2 \leq k, x_3 \leq k \text{ 이어야 하므로}$$

$$P(X \leq k) = \frac{1}{6^3} \times \boxed{\text{(가)}}$$

(ii) 확률변수 X 가 $k-1$ 이하하려면

$$x_1 \leq k-1, x_2 \leq k-1, x_3 \leq k-1$$

이어야 하므로

$$P(X \leq k-1) = \frac{1}{6^3} \times \boxed{\text{(나)}}$$

(i),(ii)에 의하여

$$P(X = k) = P(X \leq k) - P(X \leq k-1)$$

$$= \frac{1}{6^3} \times \boxed{\text{(다)}}$$

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{k=1}^6 \{k \times P(X = k)\} = \frac{119}{24}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k), h(k)$ 라 할 때, $f(2) + g(2) + h(2)$ 의 값은? [4점]

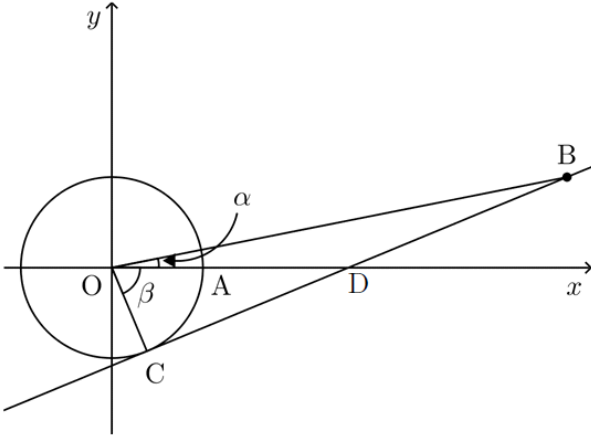
- ① 14
- ② 16
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 22

23-09

좌표평면에 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 두 점 $A(1, 0)$, $B(5, 1)$ 이 있다. 그림과 같이 점 B 를 지나고 원에 접하는 직선 중 x 축과 평행하지 않은 직선과 원의 접점을 C , 직선 BC 와 x 축과 만나는 점을 D 라 할 때, $\angle BOA = \alpha$, $\angle AOC = \beta$ 라 하자. 삼각형

OCD 의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p , q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



23-10

실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 가지는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x > 0$ 일 때, $f(x) = a \sin x + b \cos x$

(나) 임의의 두 음수 x, y 에 대하여

$$f(x) - f(y) = x^2 - y^2 + 2x - 2y$$

(다) $f(\pi) = 4$

$\left\{ f(-\sqrt{3}) + f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right\}^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

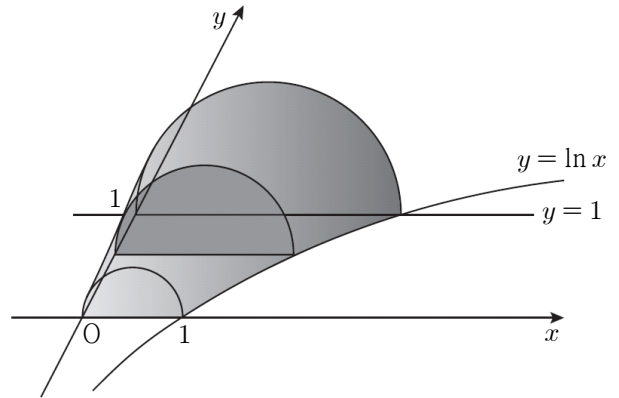
24-01

두 함수 $f(x) = x^2 - 2x - 1$, $g(x) = a^x$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값이 9가 되도록 하는 모든 양수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

24-02

곡선 $y = \ln x$ 와 x 축, y 축 및 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 y 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $\frac{\pi}{32}(e^2 - 1)$ ② $\frac{\pi}{16}(e^2 - 1)$ ③ $\frac{\pi}{8}e^2$
- ④ $\frac{\pi}{8}(e^2 - 1)$ ⑤ $\frac{\pi}{4}e^2$

24-03

두 사람 A, B가 각각 주사위 한 개를 n 번씩 던질 때, 홀수의 눈이 나온 횟수를 각각 X, Y 라 하자. 다음은 $P(X < Y)$ 를 구하는 과정이다.

n 이하의 음이 아닌 정수 r 에 대하여 $X = r$ 인 사건과 $Y = r$ 인 사건은 서로 독립이므로

$$\begin{aligned} \sum_{r=0}^n P(X = r \cap Y = r) &= \boxed{\text{(가)}} \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} C_r^2 \\ &= \boxed{\text{(가)}} \sum_{r=0}^n {}_n C_r \times {}_n C_{n-r} \end{aligned}$$

이다.

한 편, 원소의 개수가 $2n$ 개인 집합 S 를 원소의 개수가 n 개인 두 개의 부분집합 A, B 로 분할하면

집합 S 에서 n 개의 원소를 선택하는 경우의 수는 집합 A 에서 r 개의 원소를 선택하고 집합 B 에서 $(n - r)$ 개의 원소를 선택하는 경우의 수와 같다.

$$(r = 0, 1, 2, \dots, n)$$

즉, $\sum_{r=0}^n {}_n C_r \times {}_n C_{n-r} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서

$$\sum_{r=0}^n P(X = r \cap Y = r) = \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

$P(X > Y) = P(X < Y)$ 이므로

$$P(X < Y) = \frac{1}{2} - \boxed{\text{(다)}} \text{이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각

$f(n), g(n), h(n)$ 이라고 할 때, $\frac{g(3) \times h(2)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 44 ② 48 ③ 52
- ④ 56 ⑤ 60

24-04

어느 공장에서 생산하는 비누의 무게를 확률변수 X 라 할 때, X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고

$P(X \geq 100) = 0.6554$ 이다. 이 공장에서는 비누 4개를 한 세트로 묶어서 판매한다. 이 공장에서 판매하는 비누 한 세트를 임의추출할 때, 이 제품의 무게가 400 이하일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

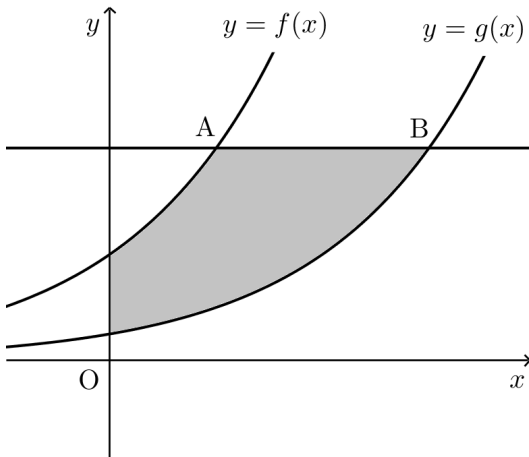
(단, 무게의 단위는 g 이고, 포장재의 무게는 무시한다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.2	0.0793
0.4	0.1554
0.8	0.2881
1.6	0.4452
3.2	0.4993

- ① 0.0007
- ② 0.0548
- ③ 0.2119
- ④ 0.3446
- ⑤ 0.4207

24-05

두 곡선 $f(x)=2^x$, $g(x)=2^{x-2}$ 에 대하여
 점 A 의 좌표를 $(t, f(t))$ ($t > 0$)이라 할 때, 점 A 를 지나고
 x 축에 평행한 직선이 곡선 $g(x)$ 와 만나는 점을 B라 하자.
 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 및 선분 AB와 y 축으로
 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(2) = k \ln 2$ 이다.
 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]



24-06

$0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 함수
 $f(x) = \ln(x^2 + 1) - tx + t$ 의 모든 극값의 합을 $g(t)$ 라고 할
 때, $g'\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① - 10
- ② - 9
- ③ - 8
- ④ - 7
- ⑤ - 6

24-07

1, 1, 1, 2, 2, 3, 4의 7개 숫자를 모두 사용하여 만든 7자리 자연수 중 다음 조건을 만족시키는 자연수 N 의 개수를 구하시오.

[4점]

(가) N 은 짝수이다.

(나) N 의 각 자리의 수 중 3, 4는 이웃하지 않는다.

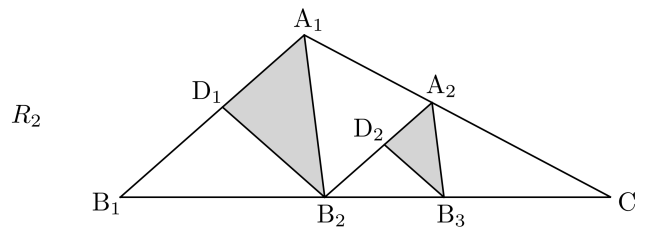
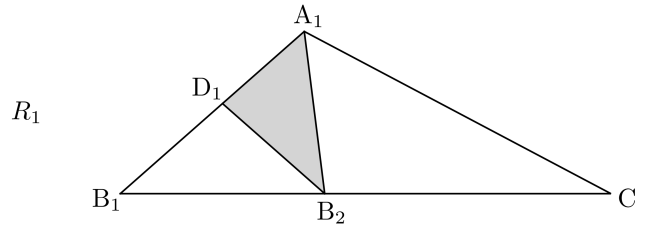
24-08

그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 1$, $\overline{B_1C} = 2$, $\cos \angle A_1B_1C = \frac{3}{4}$ 인

삼각형 A_1B_1C 가 있다. 선분 B_1C 위의 점 B_2 , 선분 A_1B_1 위의 점 D_1 에 대하여 $\angle D_1B_1B_2 = \angle D_1B_2B_1 = \angle D_1B_2A_1$ 일 때, 삼각형 $A_1D_1B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 A_1C 와 만나는 점을 A_2 라 하자. 선분 B_2C 위의 점 B_3 , 선분 A_2B_2 위의 점 D_2 에 대하여

$\angle D_2B_2B_3 = \angle D_2B_3B_2 = \angle D_2B_3A_2$ 일 때, 삼각형 $A_2D_2B_3$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

① $\frac{4\sqrt{7}}{41}$

② $\frac{4\sqrt{7}}{45}$

③ $\frac{4\sqrt{7}}{49}$

④ $\frac{4\sqrt{7}}{53}$

⑤ $\frac{4\sqrt{7}}{57}$

24-09

모집단의 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하였더니 평균이 \bar{x} 였고 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\alpha - 19.6 \leq m \leq \alpha$ 이다. $P(m - 26.8 \leq X \leq m + 51.6)$ 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.72	0.2642
1.34	0.4099
1.96	0.4750
2.58	0.4951

- ① 0.6741 ② 0.7392 ③ 0.7593
 ④ 0.8849 ⑤ 0.9050

24-10

구간 $[0, \infty)$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(4x-1)dx = 3$
 (나) $\int_0^1 x^2 f(x^2)dx = 1$

$F(x) = \int_0^x t f(t^2)dt$ 일 때, $12 \times \int_0^1 F(x)dx$ 의 값을 구하십시오. [4점]

25-01

n 이 자연수일 때, 좌표평면 위의 원점 O 와 점 $A(4, 2)$ 에 대하여 선분 OA 를 $1:n$ 으로 내분하는 점을 P_n 이라 하자. 점 P_n 과 직선 $y = nx$ 사이의 거리를 d_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} nd_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

25-02

서로 다른 종류의 음료수 6병을 영주와 강표를 포함한 네 사람에게 음료수를 받지 못하는 사람이 없도록 남김없이 나누어줄 때, 영주와 강표에게 서로 다른 개수만큼 음료수를 나누어 주는 방법의 수는? [4점]

- ① 896 ② 921 ③ 948
- ④ 960 ⑤ 1024

25-03

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_n = \frac{n^3 + 2n^2 + 10}{n^2 + 2n}$$

일 때, $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{373}{9}$ ② $\frac{382}{9}$ ③ $\frac{391}{9}$
④ $\frac{400}{9}$ ⑤ $\frac{409}{9}$

25-04

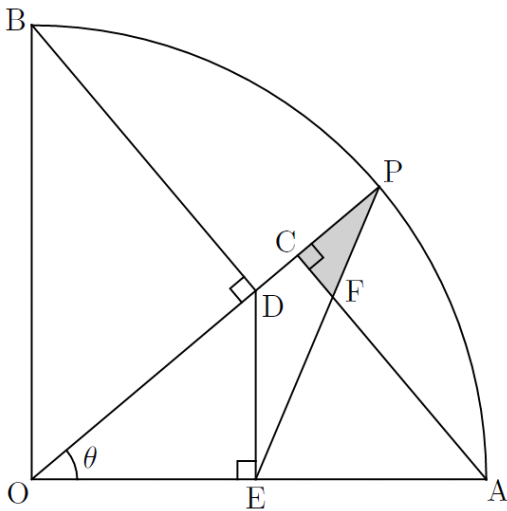
한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 순서대로

 a, b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - kx$ 에 대하여 $f(a) = f(b)$ 가 성립할 확률이 $\frac{5}{18}$ 일 때, 가능한 모든 실수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

25-05

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 두 점 A, B에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 각각 C, D, 점 D에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 E, 두 선분 AC와 PE의 교점을 F 라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 PCF의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^6}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{1}{16}$
- ⑤ $\frac{1}{32}$

25-06

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 구간 $(0, 3)$ 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \sqrt{\sin(\pi x)g(x)}$$

가 $x = 1$ 에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $|p| + |q|$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 정수이다.) [4점]

25-07

동전 3개를 던지는 시행을 n 번 반복하였을 때, 모두 같은 면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자.

다음은 $\sum_{r=0}^n \{(r-1)^2 P(X=r)\}$ 의 값을 구하는 과정이다.

동전 3개를 던지는 시행을 1회 하였을 때, 모두 같은 면이 나올 확률은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포

$B(n, \boxed{\text{(가)}})$ 를 따른다. 이때 확률변수 X 의 평균과 분산은 각각

$$E(X) = n \times \boxed{\text{(가)}}$$

$$V(X) = n \times \boxed{\text{(가)}} \times (1 - \boxed{\text{(가)}})$$

이다. 따라서

$$\sum_{r=0}^n P(X=r) = 1$$

$$\sum_{r=0}^n rP(X=r) = E(X) = n \times \boxed{\text{(가)}}$$

$$\sum_{r=0}^n r^2 P(X=r) = E(X^2) = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로 구하는 값은

$$\sum_{r=0}^n \{(r-1)^2 P(X=r)\}$$

$$= \sum_{r=0}^n r^2 P(X=r) - 2 \sum_{r=0}^n rP(X=r) + \sum_{r=0}^n P(X=r)$$

$$= \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, 할 때, $\frac{1}{p} \times \{f(4) + g(8)\}$ 의 값은?

[4점]

- ① 17 ② 19 ③ 21
④ 23 ⑤ 25

25-08

4명의 학생 A, B, C, D에게 다음 조건을 만족시키도록 크기와 모양이 같은 공 9개를 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 공을 하나도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [4점]

(가) A는 3개 이상 홀수 개의 공을 받는다.

(나) B는 적어도 1개의 공을 받는다.

25-09

양수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음

조건을 만족시킬 때, $\int_0^2 \{f'(x)\}^2 dx$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 양수 x 에 대하여

$$f(x)f''(x) = f'(x) - x \text{이다.}$$

(나) $f(0) = f'(2) = 0, f''(2) = 1$

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25-10

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \theta$ 인 이등변삼각형

ABC 가 있다. 점 B 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 H ,

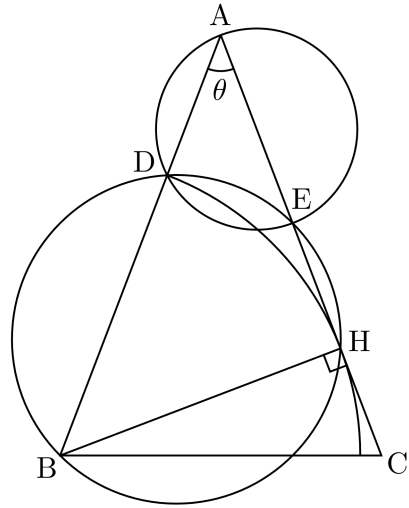
중심이 B 이고 반지름의 길이가 \overline{BH} 인 원이 선분 AB 와 만나는

점을 D , 선분 AC 와 만나는 점 가운데 점 H 가 아닌 점을 E 라

하자. 삼각형 DBH 의 외접원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$, 삼각형

ADE 의 외접원의 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 일 때, $180\cos^2\theta$ 의

값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



26-01

자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 직선 $y = \log_2 n$ 이 만나는 점을 P_n 이라 하자. 직선 $P_n P_{n+1}$ 의 기울기를 a_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{10} 2^{\frac{1}{a_n}}$$

의 값은? [4점]

- ① 420 ② 430 ③ 440
- ④ 450 ⑤ 460

26-02

다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $2x + 2y + 2z + w = 19$
- (나) xyz 는 홀수이다.

26-03

양수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

양수 t 에 대하여 $\int_1^{t^2} f(x)dx = 1 - \frac{1}{t}$ 를 만족시킬 때,

2이상의 자연수 n 에 대하여 $a_n = \int_1^n 4f(x^2)dx$ 이라 하자.

$a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n = b_n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 4

26-04

어느 비누공장에서 생산하는 A 비누의 무게의 평균은 120g, 표준편차가 10g인 정규분포를 따르고 B 비누의 무게의 평균은 150g, 표준편차가 12g인 정규분포를 따른다. A 비누 중에서 임의로 하나를 골랐을 때, 비누의 무게가 125g 이상일 확률을 p_1 , B 비누 중에서 임의로 하나를 골랐을 때, 비누의 무게가 138g 이하일 확률을 p_2 라 하자. $p_1 + p_2$ 의 값은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0836

② 0.1815

③ 0.2195

④ 0.3693

⑤ 0.4672

26-05

$0 \leq x \leq 6\pi$ 에서 방정식

$$\log_2(\sin x) + \log_2(6\sin x + 4) = 1$$

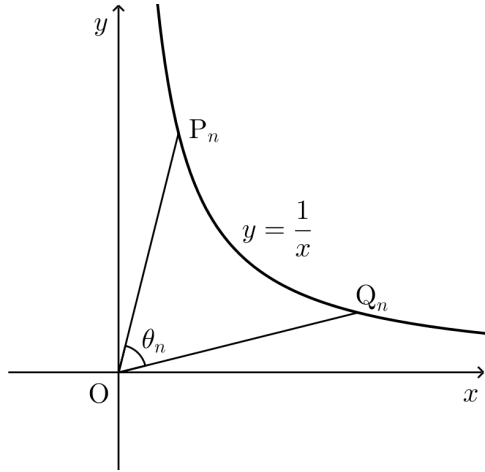
의 모든 실근의 합을 $a\pi$ 라 하자. a 의 값을 구하시오. [4점]

26-06

그림과 같이 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 위의 점 $P_n\left(n, \frac{1}{n}\right)$, $Q_n\left(\frac{1}{n}, n\right)$ 에

대하여 $\angle P_n O Q_n = \theta_n$ 라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \{(n^4 + 1)\cos\theta_n\}$ 의

값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

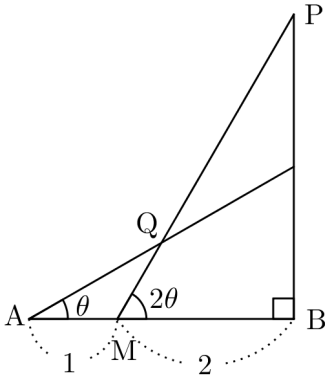


26-07

$\overline{AB} = 3$ 인 선분 AB 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 M 이라 하고, 점 P 를 $\angle PMB = 2\theta$, $\angle QAB = \theta$ 가 되도록 정하고, 선분 PM 위의 점 Q 를 $\angle QAB = \theta$ 가 되도록 정할 때, 선분 PQ 의

길이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - 1}{\theta^2}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 16

26-08

짝수인 자연수 n 에 대하여 두 집합 A 를

$$A = \{(x, y) \mid x \leq n \text{이고 } y \leq 2n, x, y \text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A 에서 임의로 선택한 한 원소 (a, b) 에 대하여

b 가 홀수일 때, $a \geq b$ 일 확률이 $\frac{2}{7}$ 가 되도록 하는 자연수 n 의

값을 구하시오. [4점]

26-09

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+3} = \sqrt{2}a_n$
 (나) $a_{10} + a_{11} + a_{12} = 0$

$\sum_{n=10}^{20} a_n = -72$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [4점]

26-10

연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = xe^{-x}$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + \frac{1}{e}$ 이다.

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = ax + b$ 가 무수히 많은 점에서 접할 때, 0보다 큰 접점의 x 좌표를 크기 순서대로

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ 라고 하자. $\int_0^{\alpha_1} (x-2)e^{-x} dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2e} - 1$ ② $\frac{1}{e} - 1$ ③ $\frac{2}{e} - 1$
 ④ $\frac{3}{e} - 1$ ⑤ $\frac{4}{e} - 1$

바른정답

<22일차>

1. ㉓
2. 147
3. 7
4. ㉒
5. ㉒
6. 3
7. ㉔
8. ㉔
9. ㉓
10. 983 Check

<23일차>

1. ㉓
2. 31
3. ㉔
4. ㉓
5. 29
6. 4
7. ㉑
8. ㉒
9. 11
10. 48

<24일차>

1. ㉕
2. ㉒
3. ㉕
4. ㉓
5. 8
6. ㉕
7. 130
8. ㉕
9. ㉕
10. 60 Check

<25일차>

1. 4
2. ㉔
3. ㉒
4. ㉕
5. ㉓ Check
6. 283 Check
7. ㉑
8. 34
9. ㉔
10. 100 Check

<26일차>

1. ㉓
2. 20
3. ㉒
4. ㉕
5. 15
6. 770
7. ㉓
8. 14 Check
9. 9
10. ㉒

100
Days