나에게 수능은 단 한 번이다!

100 Days

백 인 대 장

백일 대장

수학영역 나형

3RD week

100人대장
'Quality Education Creation'

15 - 01

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6$까지 움직일 때, 속도 $v(t)$는

$$v(t)=3t^2-18t+15$$

이다. 점 P가 원점에서 가장 멀리 떨어져 있을 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

① 37 ② 39 ③ 41
④ 43 ⑤ 45

15 - 02

첫째항이 3이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}\{(a_{k+1})^2-(a_k)^2\}=315$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

15 - 03

곡선 $y = x^3 - 9x^2 + 25x - 13$과 직선 $y = x + k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [4점]

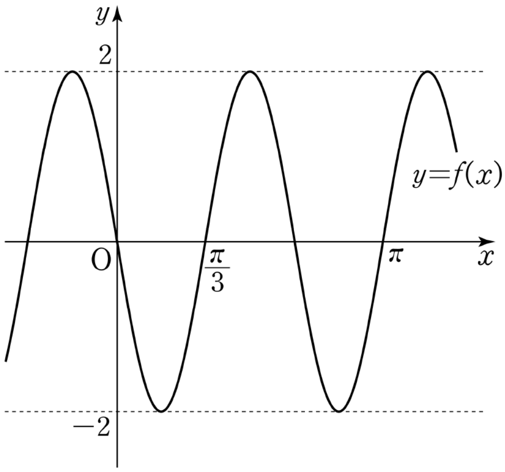
① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

15 - 04

정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X와 자연수 n에 대하여 $f(n) = \mathrm{P}(3n+8 \le X \le 3n+10)$이라 하자.
$f(5) < f(2) < f(4)$이 성립하도록 하는 자연수 m에 대하여 $\mathrm{P}(k-2 \le X \le k+6)$은 $k = a$일 때 최댓값을 갖는다.
두 자연수 m, a의 합 $m + a$의 값을 구하시오. [4점]

15-05

함수 $f(x)=a\sin(bx+c)$의 그래프가 그림과 같다.



$a<0,\ b>0,\ 0<c<3\pi$일 때, $f\left(\dfrac{c}{ab}\right)$의 값은?

(단, $a,\ b,\ c$는 상수이다.) [4점]

① -2　② $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　③ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

④ $-\dfrac{1}{2}$　⑤ 0

15-06

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c$의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $(a-1)(b-1)(c-1)\neq 0$
(나) $a+b+c=12$

15 - 07

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-2}^{6} f(t)dt$의 값은? [4점]

> (가) $f(x+2)=f(2-x)$
> (나) 0이상의 정수 k에 대하여 $\int_{k+2}^{k+3} f(t)dt = k^2+1$

① 9 ② 18 ③ 27
④ 36 ⑤ 45

15 - 08

동전을 한 개 던져 앞면이 나오면 게임을 종료하고, 뒷면이 나오면 한 번 더 동전을 던지는 시행을 게임이 종료될 때까지 반복할 때, 동전을 던진 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하는 과정이다.

> 동전을 k번 던지고 게임이 종료 될 확률은
>
> $\mathrm{P}(X=k)=\boxed{(가)}$이므로, $\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \boxed{(가)}$이다.
>
> 한편, $\sum_{k=1}^{\infty} x^k = \frac{x}{1-x}(-1<x<1)$이므로,
>
> 몫의 미분법에 의해 $\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$ 이 되고,
>
> 이를 이용하면 $\mathrm{E}(X)=\boxed{(나)}$이다.
>
> 또한, X^2의 평균은 $\mathrm{E}(X^2)=\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \cdot \boxed{(가)}$로 구할 수 있고,
>
> $\sum_{k=1}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$ 식으로부터 나온
>
> $\sum_{k=1}^{\infty} k^2x^{k-1} = \frac{1-x^2}{(1-x)^4}$ 식을 이용하면
>
> $\mathrm{E}(X^2)=\boxed{(다)}$이다.
>
> 따라서 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\boxed{(라)}$이다.

위의 빈 칸 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, 빈칸 (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 $p,\ q,\ r$이라 할 때, $\frac{f(p\times r)}{f(q)}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

15 - 09

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)-(ax+1)|$은 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $xf(x) \geq 0$이다.

실수 a의 최솟값은? [4점]

① $-\frac{3}{4}$　② $-\frac{1}{2}$　③ $-\frac{1}{4}$　④ 0　⑤ $\frac{1}{4}$

15 - 10

확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=k)={}_{120}\mathrm{C}_k p^k(1-p)^{120-k}$$
$$(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 120)$$

이고, 확률변수 X의 평균이 30이다. $\mathrm{V}(2X-3)$의 값을 구하시오. (단, p는 상수이다.) [4점]

16 - 01

원탁에 같은 간격으로 7개의 자리가 있다. 원탁에 여자 2명, 남자 4명이 앉을 때, 여자가 이웃하지 않는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

16 - 02

함수 $f(x)=x^3-12x+p$에 대하여 함수 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$가 단 하나의 극값을 갖도록 자연수 p의 최솟값은? [4점]

① 13
② 14
③ 15
④ 16
⑤ 17

16 - 03

4 이하의 자연수 $a,\ b,\ c$에 대하여

$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{x^2-(a+2)x+2a}{(x-a)(x-b)(x-c)} > 0$ 을 만족시키는 순서쌍

$(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하시오. [4점]

16 - 04

정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 8^2)$를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$ 라고 하자.

$\mathrm{P}\left(\overline{X}^2 - 4 \geq 0\right) \leq 0.0456$ 을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

16-05

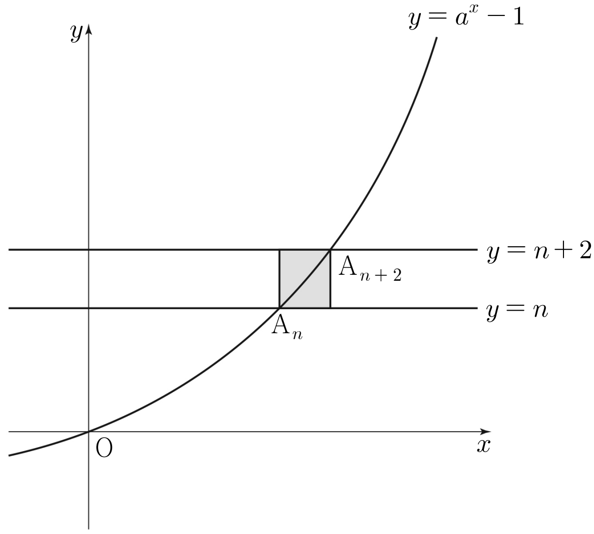
수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_5 + a_7 = 5, \quad a_6 = 3$$

이고 수열 $\{a_n a_{n+1}\}$이 등차수열일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n a_{n+1}$의 값을 구하시오. [4점]

16-06

그림과 같이 자연수 n에 대하여 함수 $y = a^x - 1\,(a > 1)$의 그래프가 두 직선 $y = n$, $y = n+2$과 만나는 점을 각각 A_n, A_{n+2}이라 하자. 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+2}$를 대각선으로 하고, 각 변이 x축 또는 y축과 평행한 직사각형의 넓이를 S_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{7} S_n = 6$일 때, 상수 a^3의 값은? [4점]



① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

16 - 07

1, 2가 하나씩 적힌 카드 2장이 있다. 이 2장의 카드를 차례로 뽑았을 때, 처음 뽑은 카드에 적혀 있는 수만큼 동전을 던지고, 두 번째로 뽑은 카드에 적혀 있는 수만큼 주사위를 던진다. 다음은 모든 시행을 마쳤을 때, 동전의 앞면이 1번 이상 나오고, 주사위를 던져 나온 모든 수의 합이 6 이상일 확률을 구하는 과정이다.

> 카드를 뽑는 경우는 1, 2를 순서대로 뽑는 경우와 2, 1을 순서대로 뽑는 경우가 있고 각각의 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
> 동전을 1번 던졌을 때, 동전의 앞면이 1번 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고 동전을 2번 던졌을 때, 동전의 앞면이 1번 이상 나올 확률은 $\boxed{(가)}$이다.
> 주사위를 1번 던졌을 때, 주사위를 던져 나온 수가 6 이상일 확률은 $\frac{1}{6}$이고 주사위를 2번 던졌을 때, 주사위를 던져 나온 모든 수의 합이 6 이상일 확률은 $\boxed{(나)}$ 이다.
> (ⅰ) 카드를 1, 2 순으로 뽑은 경우
> 동전을 1번 던져 앞면이 1번 나오고 주사위를 2번 던져 나온 모든 수의 합이 6 이상일 확률은
> $\frac{1}{2} \times \boxed{(나)}$ 이다.
> (ⅱ) 카드를 2, 1 순으로 뽑은 경우
> 동전을 2번 던져 앞면이 1번 이상 나오고 주사위를 1번 던져 나온 수가 6 이상일 확률은
> $\boxed{(가)} \times \frac{1}{6}$ 이다.
> (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 시행을 마쳤을 때, 동전의 앞면이 1번 이상 나오고 주사위를 던져 나온 모든 수의 합이 6 이상일 확률은 $\boxed{(다)}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $\frac{ab}{c}$의 값은? [4점]

① $\frac{72}{35}$ ② $\frac{78}{35}$ ③ $\frac{12}{5}$
④ $\frac{18}{7}$ ⑤ $\frac{96}{35}$

16 - 08

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와

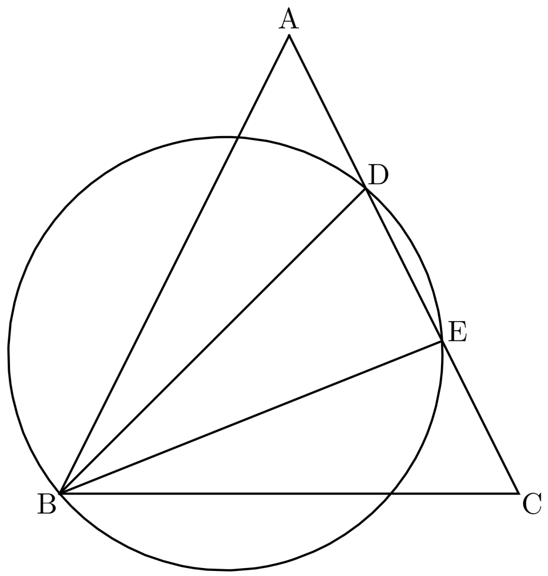
$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ f(x-2) & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2+4x}{g(x)}=1$일 때, $g(5)$의 값을 구하시오. [4점]

16-09

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=3$인 이등변삼각형 ABC에 대하여 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점을 D, $2:1$로 내분하는 점을 E라 하자. 삼각형 BDE의 넓이가 $\frac{6}{5}$일 때, 삼각형 BDE의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하자. $18R^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle\mathrm{BAC}<\frac{\pi}{2}$) [4점]



16-10

한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 점 P를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동시키고, 3의 배수가 아니면 점 P를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시키는 시행이 있다. 좌표평면 위의 원점에 있던 점 P가 위와 같은 시행을 4번 반복하여 점 $(6,\ 2)$로 평행이동하였을 때, 점 $(3,\ 1)$을 지날 확률은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

17-01

x에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx + (n-2) = 0$$

의 두 근을 각각 α_n, β_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}(1+\alpha_n)(1+\beta_n)$의 값을 구하시오. [4점]

17-02

딸기 8개와 귤 6개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 딸기와 귤을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 과일끼리는 모양과 크기가 같다.) [4점]

17- 03

두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$, $B=\{2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 집합 A에서 임의로 선택된 한 개의 원소를 a, 집합 B에서 선택한 한 개의 원소를 b라 할 때, a의 b제곱근인 서로 다른 실수의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은? [4점]

① $\frac{2}{3}$　② $\frac{5}{6}$　③ 1　④ $\frac{7}{6}$　⑤ $\frac{4}{3}$

17- 04

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f: A \rightarrow B$ 중에서 역함수가 존재하는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $A \cup B = X$
(나) $A \cap B = \{3,\ 4\}$

17- 05

2이상의 자연수 n에 대하여 직선 $y=\frac{1}{n}(x-1)$과 두 함수 $f(x)=\log_4 x$, $g(x)=\log_2 x$의 그래프는 $x>1$일 때, 각각 점 A, B에서 만난다. 점 A의 x좌표를 a_n, 점 B의 x좌표를 b_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a_2=2$

ㄴ. $6<b_2<7$

ㄷ. $\frac{\log_2 b_n}{2(b_n-1)}<\frac{\log_2 a_n}{a_n-1}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17- 06

다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+w=12$
(나) $x\times y$는 짝수이고, $z\times w$는 홀수이다.

17 - 07

삼차함수 $f(x)$가

$$\int_{-1}^{1} x^2 f(x)\,dx = 6$$

을 만족시킨다. $f(0)=3$일 때, $f(x)$의 이차항의 계수를 구하시오. [4점]

17 - 08

실수 m에 대하여 직선 $y=m(x+2)$가

함수 $y=\begin{cases} x^2+x+2 & (x \geq -1) \\ 2x & (x < -1) \end{cases}$의 그래프와 만나는 점의

개수를 $f(m)$이라 하자. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

17- 09

정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수 $f(x)$, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=f(x-4)$이다.

$\mathrm{P}(0 \le X \le 2)+\mathrm{P}(Y \le 8)=1.1826$일 때, $\mathrm{P}(X \ge 6)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228　② 0.0668　③ 0.1587
④ 0.3085　⑤ 0.3413

17- 10

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 1인 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^1 f(x)dx$의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가) $f(0)=0$, $f(1)=9$
(나) x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근은 2개 이하이다.

① $\frac{11}{2}$　② $\frac{13}{2}$　③ $\frac{15}{2}$
④ $\frac{17}{2}$　⑤ $\frac{19}{2}$

18 - 01

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x}\left\{f(t)+\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^4+kx^3$$

을 만족시킬 때, $f(k+1)+f'(k)$의 값을 구하시오.
(단, k는 상수이다.) [4점]

18 - 02

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{9}ka_{k+1}=24$이고

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)(k+1)=85$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은? [4점]

① -1　② -2　③ -3
④ -4　⑤ -5

18-03

두 함수 $f(x)=a\sin x+b$, $g(x)=b\cos x+a$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)+g\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=7$
>
> (나) $f(x)$의 최댓값은 $g(x)$의 최솟값보다 4만큼 크다.

두 양수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [4점]

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

18-04

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

일 때, 다음은 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=(n+1)(a_{n+1}-1)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

> (ⅰ) $n=1$일 때, (좌변) $=a_1=1$,
>
> (우변) $=(1+1)(a_2-1)=2\cdot\dfrac{1}{2}=1$이므로
>
> 주어진 등식은 성립한다.
>
> (ⅱ) $n=k$ $(n\geq 2)$일 때, 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{n}a_k=(n+1)(a_{n+1}-1)$$
>
> 양변에 a_{n+1}을 더하면
>
> $$\sum_{k=1}^{n}a_k+a_{n+1}=(n+1)(a_{n+1}-1)+a_{n+1}$$
>
> $$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n+1}a_k&=(n+2)a_{n+1}-\boxed{(가)}\\&=(n+2)\left(a_{n+1}-1+\boxed{(나)}\right)\\&=(n+2)(a_{n+2}-1)\end{aligned}$$
>
> 따라서 모든 자연수 n에 대하여
>
> $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=(n+1)(a_{n+1}-1)$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식의 곱을 $f(n)$이라 할 때, $f(10)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{10}{11}$　② $\dfrac{11}{12}$　③ 1　④ $\dfrac{12}{11}$　⑤ $\dfrac{11}{10}$

18 - 05

함수 $y=2^{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하고 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 곡선 $y=g(x)$의 점근선이 x축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(8,\ 0)$, $(4,\ 0)$일 때, $a+2b$의 값은? [4점]

① 0　　② 2　　③ 4
④ 6　　⑤ 8

18 - 06

이차함수 $f(x)=x^{2}-4x+a(a>0)$와 $t\geq 0$인 실수 t에 대하여 닫힌 구간 $[0,\ t]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. $t=k$에서 함수 $g(t)$가 미분가능하지 않은 양수 k의 개수가 1일 때, 함수 $y=g(t)$의 그래프와 t축, y축 및 직선 $t=5$로 둘러싸인 부분의 넓이의 최솟값은? [4점]

① $\dfrac{37}{3}$　　② $\dfrac{38}{3}$　　③ 13
④ $\dfrac{40}{3}$　　⑤ $\dfrac{41}{3}$

18 - 07

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따르는 모집단에서 독립적으로 임의추출한 크기 100인 표본과 크기 200인 표본의 표본평균을 각각 $\overline{X_A}$, $\overline{X_B}$라 하자. $\overline{X_A}$의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 $a \le m \le b$라 하고 $\overline{X_B}$의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 $c \le m \le d$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$,
$\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.495$이다.) [4점]

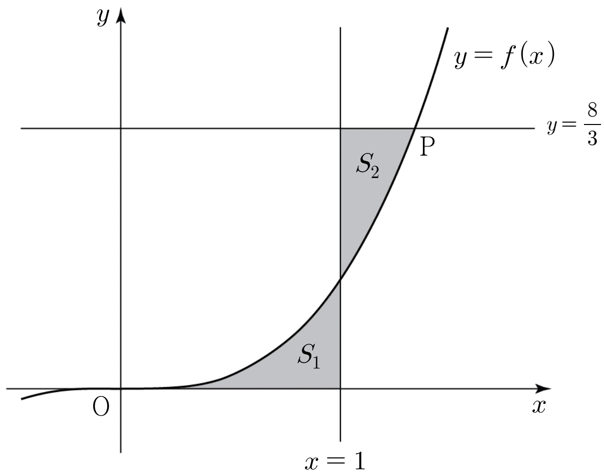
〈 보 기 〉

ㄱ. $\overline{X_A}$의 표준편차는 $\overline{X_B}$의 표준편차보다 크다.
ㄴ. $a + d < b + c$
ㄷ. 어떤 실수 k에 대하여 $a \le k \le b$이면 $c \le k \le d$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18 - 08

함수 $f(x) = kx^3$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{8}{3}\right)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y = f(x)$와 두 직선 $x = 1$, $y = \dfrac{8}{3}$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1 = S_2$일 때, $k = \dfrac{q}{p}$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, $a > 1$이고 p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



18-09

1, 1, 2, 2, 3, 3, 3의 문자가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 그림과 같이 일렬로 놓여 있다.

$$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}$$

이 카드 중에서 2개의 카드를 선택한 후 선택한 2개의 카드의 위치를 서로 바꾸는 시행을 2회 반복한다. 모든 시행을 마쳤을 때, 카드의 위치가 처음 그림과 같을 확률은? [4점]

① $\frac{11}{147}$　② $\frac{35}{441}$　③ $\frac{37}{441}$
④ $\frac{13}{147}$　⑤ $\frac{41}{441}$

18-10

삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가

$$\int_4^x f(t)dt = |xg(x)|$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $g(4)=0$
ㄴ. 조건을 만족시키는 함수 $g(x)$의 개수는 8이다.
ㄷ. 함수 $g(x)$가 미분가능하고, 극솟값을 가질 때, 방정식 $\int_4^x f(t)dt = g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19- 01

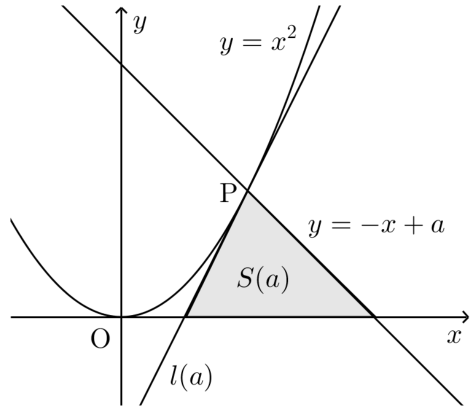
두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_k = b_9$를 만족시키는 자연수 k의 값은? [4점]

> (가) $a_1 = 9$, $b_1 = 1$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n + 3$이고,
> $b_{n+1} = \sqrt{3}\, b_n$이다.

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

19- 02

그림과 같이 양수 a에 대하여 함수 $y = -x + a$의 그래프와 함수 $y = x^2$의 그래프가 만나는 점을 P라 하자. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 P에서의 접선을 $l(a)$라 할 때, 세 직선 $y = -x + a$, $l(a)$, x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(a)$라 하자. $\lim\limits_{a \to 0+} \dfrac{S(a)}{a^3} = \dfrac{q}{p}$일 때, $p + q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



19- 03

방정식 $a+b+c+d=8$을 만족시키는 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c,\ d$의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$ 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$가

$$a+b+c<7$$

을 만족시킬 확률은? [4점]

① $\dfrac{28}{35}$ ② $\dfrac{26}{45}$ ③ $\dfrac{28}{45}$ ④ $\dfrac{26}{55}$ ⑤ $\dfrac{28}{55}$

19- 04

검은 공 3개, 흰 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이면 시행을 중단하고 흰 공이면 꺼낸 공을 버린 다음 이 주머니에 검은 공을 1개 추가한다. 위의 시행을 반복할 때, 시행이 중단될 때까지 추가한 검은 공의 개수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$의 값을 구하는 과정이다.

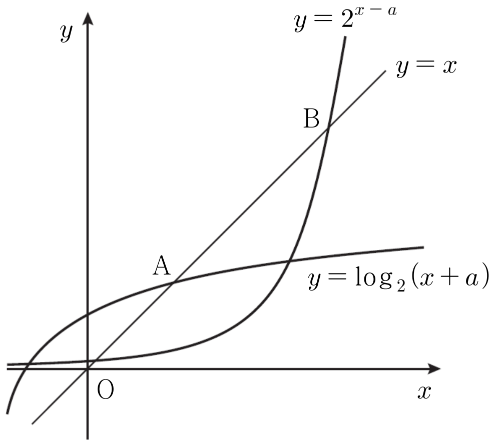
> 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $0, 1, 2, 3$이다.
>
> (i) $X=0$인 사건은 첫 번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우 이므로
>
> $\mathrm{P}(X=0)=$ $\boxed{(가)}$
>
> (ii) $X=k(k=1, 2, 3)$인 사건은 k번째 시행까지는 흰 공이 나오고 $(k+1)$번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우이므로
>
> $\mathrm{P}(X=k)=$ $\boxed{(나)}$ $\times\dfrac{3+k}{6}$
>
> 따라서 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는
>
> $\mathrm{E}(X)=\displaystyle\sum_{k=0}^{3}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}=$ $\boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(k)$라 할 때, $a\times b\times f(2)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{25}{144}$ ② $\dfrac{25}{216}$ ③ $\dfrac{25}{288}$ ④ $\dfrac{5}{72}$ ⑤ $\dfrac{25}{432}$

19-05

그림과 같이 양수 a에 대하여 두 곡선 $y=\log_2(x+a)$, $y=2^{x-a}$과 직선 $y=x$가 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, 선분 AB의 길이를 l이라 하자. $l^2=32$일 때, a의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이고, 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]



① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

19-06

두 함수

$$f(x)=\begin{cases}2x-6 & (x\le a)\\ x^3-5x & (x>a)\end{cases},\quad g(x)=x-(3a+8)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a값의 합은? [4점]

① -7　② -6　③ -5　④ -4　⑤ -3

19- 07

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

> (가) $f'(1)=\dfrac{f(a)}{a}$ 을 만족시키는 a의 값은 오직 1과 3뿐이다.
>
> (나) $f'(2)=8$

① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

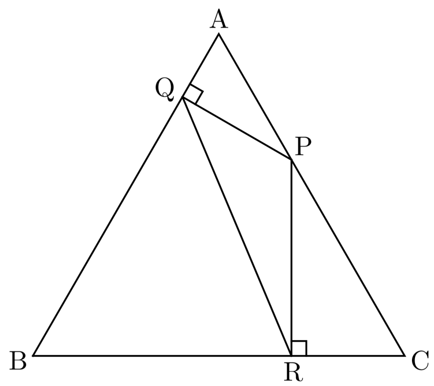
19- 08

첫째항이 16이고 공차가 -2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\displaystyle\sum_{k=m}^{20} a_k \le -130$을 만족시키는 20이하의 모든 자연수 m의 개수는? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

19- 09

그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{7}$ 인 정삼각형 ABC에 대하여 선분 AC 위의 점 P에서 두 선분 AB, BC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하자. $\overline{\mathrm{QR}}=2$일 때, $\overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{PC}}$의 값은? [4점]



① 3　　② 2　　③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{3}{2}$　　⑤ $\frac{7}{5}$

19- 10

사과 12개, 배 15개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 받은 사과와 배의 개수의 차가 2 이하가 되도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않고, 과일을 한 개도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]

빠른정답

<15일차>	<16일차>	<17일차>	<18일차>	<19일차>
1. ②	1. 480	1. 100	1. 42	1. ①
2. 27	2. ④	2. 210	2. ② Check	2. 5
3. ③	3. 16	3. ④	3. ⑤	3. ⑤
4. 36	4. 64	4. 144	4. ②	4. ⑤
5. ⑤	5. 75	5. ⑤	5. ④	5. ③ Check
6. 58	6. ⑤	6. 20	6. ① Check	6. ④
7. ④	7. ②	7. 10	7. ③	7. ④
8. ⑤	8. 345 Check	8. 18	8. 17	8. ①
9. ① Check	9. 29 Check	9. ①	9. ⑤	9. ③ Check
10. 90	10. ②	10. ④ Check	10. ③ Check	10. 793 Check

100 Days