

2021학년도 수능 대비 백인대장 모의고사

# 수학 영역 (나형)

5회

제 2 교시

성명		수험 번호					-			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

**걱정 마, 충분히 잘했어.**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $(\sqrt[3]{2})^6 + \frac{\log_2 9}{\log_2 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7
- ④ 8                      ⑤ 9

2.  ${}_4P_3 + {}_3H_2$ 의 값은? [2점]

- ① 70                      ② 72                      ③ 74
- ④ 76                      ⑤ 78

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1
- ④  $\frac{4}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{3}$

4.  $\sum_{k=1}^8 (2k+1)^2 - \sum_{k=1}^8 (2k-1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 285                      ② 286                      ③ 287
- ④ 288                      ⑤ 289

5. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{10}, P(B|A^c) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 는  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{50}$                       ②  $\frac{1}{40}$                       ③  $\frac{1}{30}$   
 ④  $\frac{1}{20}$                       ⑤  $\frac{1}{10}$

6.  $\int_{-2}^2 (x^3 + 2x^2)dx + \int_2^{-2} (x^3 - x^2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 16                      ② 18                      ③ 20  
 ④ 22                      ⑤ 24

7. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$b$	1

$E(X) = \frac{1}{3}$ 일 때,  $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{4}{9}$                       ③  $\frac{5}{9}$   
 ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{7}{9}$

8.  $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^4$ 의 전개식에서  $\frac{1}{x^2}$ 의 계수는? [3점]

- ① -1                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③ 0  
 ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$ 에서의 위치는 각각  $f(t) = 3t^2 - 4t$ ,  $g(t) = t^2 - 12t$ 이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각  $t$ 의 범위를  $\alpha < t < \beta$ 라 할 때,  $\alpha \times \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

10. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$   
 (나)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \{3f(x) - 4g(x)\} = 6$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2g(x) - 3f(x)}{2f(x) - 3g(x)}$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ②  $\frac{9}{2}$                       ③ 5  
 ④  $\frac{11}{2}$                       ⑤ 6

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ 2^{x+a} + b & (x < 0) \end{cases}$$

가 일대일 대응이고, 함수  $f(x)$ 의 치역이 함수  $g(x) = \log_2(x+4)$ 의 정의역과 같을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

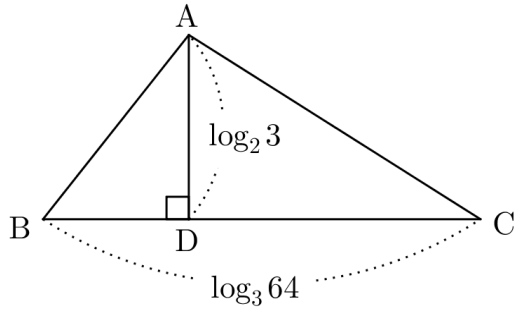
- ① -4                      ② -2                      ③ 0  
 ④ 2                        ⑤ 4

12. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로

$a, b, c, d$ 라 하자. 네 수  $a, b, c, d$ 의 곱  $a \times b \times c \times d$ 가 18일 확률은?  
 [3점]

- ①  $\frac{1}{54}$                       ②  $\frac{1}{27}$                       ③  $\frac{1}{18}$   
 ④  $\frac{2}{27}$                       ⑤  $\frac{5}{54}$

13. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자.



$\overline{AD} = \log_2 3$ ,  $\overline{BC} = \log_3 64$ 이고,  $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$ 일 때, 삼각형 ACD의 넓이는? [3점]

- ① 1                      ②  $\frac{4}{3}$                       ③  $\frac{5}{3}$
- ④ 2                      ⑤  $\frac{7}{3}$

14. 표준편차가 알려진 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 얻은 모평균에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간  $[a, b]$ 이었고, 같은 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 얻은 모평균에 대한 신뢰도  $p\%$ 의 신뢰구간  $[c, d]$ 이었다.  $b - a = 2(d - c)$ 일 때,  $p$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.98	0.337
1.29	0.402
1.96	0.475
2.58	0.495

- ① 67.4                      ② 80.4                      ③ 84.6
- ④ 95                      ⑤ 99

15. A, A, A, A, B, B, C, C, C가 하나씩 적혀 있는 총 9장의 카드를 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 나열하는 경우의 수는?  
(단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 구분하지 않는다.) [4점]

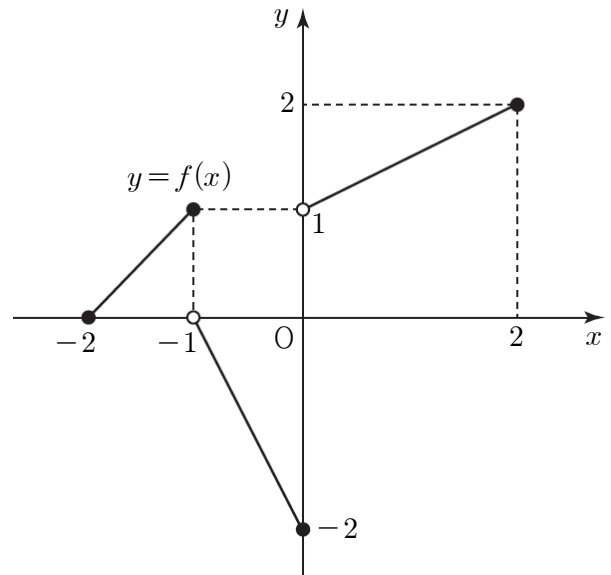
(가) 9장의 카드를 모두 나열한다.  
(나) 나열된 9장의 카드에서 C가 적혀 있는 카드를 제외했을 때, B가 적혀 있는 카드는 서로 이웃하지 않는다.

- ① 720                      ② 760                      ③ 800
- ④ 840                      ⑤ 880

16. 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수  $f(x)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 함수를  $g(x)$ 라고 할 때,

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x))$$

의 값은? [4점]



- ① -3                      ② -2                      ③ -1
- ④ 1                        ⑤ 2



17. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2^k} = 2^n - 1$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{10} \log_2 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 94                      ② 96                      ③ 98  
 ④ 100                     ⑤ 102

18. 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 0$$

$$(나) \int_0^2 f(x) dx = \frac{2}{3}$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4 + 1} = k$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{23}$                       ②  $\frac{11}{46}$                       ③  $\frac{6}{23}$   
 ④  $\frac{13}{46}$                      ⑤  $\frac{7}{23}$

19. 주머니에 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 임의로 꺼내어 꺼낸 공에 적혀 있는 수보다 1이 작은 수가 적혀 있는 1개의 공을 꺼낸 공 대신 주머니에 넣는 시행을 한다. 주머니에 들어 있는 모든 공에 적혀 있는 숫자들의 곱이 0이 될 때, 그 숫자들의 합을 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 기댓값  $E(X)$ 의 값을 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 모든 공에 적혀 있는 숫자들의 곱이 0이 될 때까지 공을 꺼낸 횟수를 확률변수  $Y$ 라 하자.

$Y$ 의 확률질량함수  $P(Y=y)$  ( $y=1, 2, 3, 4$ )를 구하면

i)  $Y=1$ 인 사건은  
 첫 번째로 공을 꺼낼 때 1이 적힌 공을 뽑는 경우이므로  

$$P(Y=1) = \frac{1}{3}$$

ii)  $Y=2$ 인 사건은  
 첫 번째로 공을 꺼낼 때 1이 적힌 공을 뽑지 않고, 두 번째에 1이 적힌 공을 뽑는 경우이므로  

$$P(Y=2) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

iii)  $Y=3$ 인 사건은  
 세 번째로 공을 꺼낼 때 1이 적힌 공을 처음 뽑는 경우이므로  

$$P(Y=3) = \boxed{\text{가}}$$

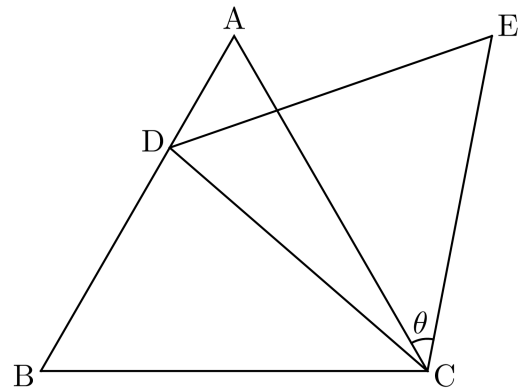
iv)  $\sum_{y=1}^4 P(Y=y) = 1$ 이므로  $P(Y=4) = \frac{1}{3} - \boxed{\text{가}}$

한편,  $X+Y = \boxed{\text{나}}$ 를 만족하므로  $E(X) = \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $\frac{bc}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 95                      ② 105                      ③ 120  
 ④ 150                      ⑤ 210

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 D, 삼각형 EDC가 정삼각형이고 두 선분 AC, DE가 만나도록 점 E를 잡고  $\angle ACE = \theta$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >

ㄱ.  $\overline{CD} = \sqrt{7}$   
 ㄴ.  $\overline{AE} = \sqrt{5}$   
 ㄷ.  $\cos \theta = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 10x + b & (x \leq a) \\ -2x + 1 & (x > a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
 (나) 함수  $f(x)$ 의 역함수가 존재한다.

곡선  $y=f(x)$ 와 두 직선  $y=5$ ,  $y=41$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 114                      ② 116                      ③ 118  
 ④ 120                      ⑤ 122

단답형

22. 곡선  $y=f(x)$  위의 임의의 점  $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가  $2x-3$ 이고,  $f(0)=1$ 일 때,  $f(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = -2\sin\frac{\pi}{2}x + 4$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ , 주기를  $p$ 라고 할 때,  $M \times m \times p$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$S_{10} = 190$ ,  $S_{20} = 780$ 일 때,  $\sum_{k=1}^6 a_{3k-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 삼차함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + k$ 의 그래프 위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 방정식이  $y = -7x + 4$ 일 때, 상수  $a, b, k$ 에 대하여  $k \times a \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ 이고, 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.  
 $x$ 에 대한 이차방정식

$$a_{n+1}x^2 - \sqrt{4a_{n+2}}x + a_n = 0$$

이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 중근을 가질 때,  $\log_2 a_k = 89$ 이다.  
자연수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a+b+c$ 의 값은 짝수이다.
- (나)  $a \leq b \leq c \leq 13$

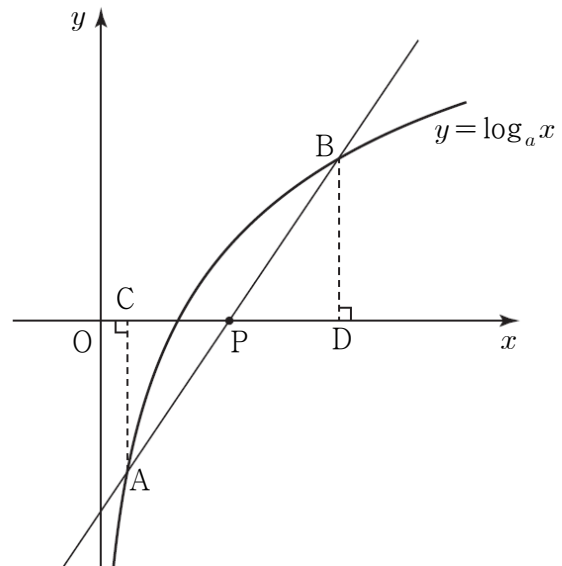
28. 그림과 같이 곡선  $y = \log_a x$ 와 기울기가  $\frac{3}{2}$ 이고

점  $P\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 을 지나는 직선이 만나는 두 점을 A, B라 하고,

점 A, B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.

두 삼각형 PAC, PBD의 넓이가 같을 때, 상수  $a$ 에 대하여  $12 \times a^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의  $x$ 좌표보다 점 B의  $x$ 좌표가 더 크다.)

[4점]



29. 주머니 A 안에는 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있고 주머니 B 안에는 30, 45, 60의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 두 주머니 A, B를 이용하여 다음의 시행을 3번 반복한다.

두 주머니 A, B에서 각각 임의로 한 개의 공을 꺼내어 숫자를 확인하고 각각의 공을 꺼내었던 주머니에 다시 넣는다.

$n(n=1, 2, 3)$ 번째 시행에서 주머니 A에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수를  $a_n$ , 주머니 B에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수를  $b_n$ 이라 하자.  $x_n$ 을

$$x_n = \begin{cases} \sin(b_n^\circ) & (a_n = 1) \\ \cos(b_n^\circ) & (a_n = 2) \\ \tan(b_n^\circ) & (a_n = 3) \end{cases}$$

이라 할 때,  $x_1 \times x_2 \times x_3$ 의 값이 유리수가 될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 구간  $[0, 2]$ 에서 정의된 함수  $f(x)=(x-1)^2$ 에 대하여 구간  $(0, 2)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x |f(x) - f(t)| dt$$

는  $x=a$ 에서 극댓값을 갖고,  $x=b$ 에서 극솟값을 갖는다.

상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b+g(a)+g(b)=\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을

구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]





'Quality Education Creation'